

تشخیص شکستگی میله‌های رتور موتور القایی به کمک طیف ارتعاش در حضور مؤلفه‌های زائد فرکانسی

علیرضا صدوقی^۱، محمد ابراهیمی^{۲*}، اکبر ابراهیمی^۲

۱- دانشجوی دکترای مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- استادیار مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان

* اصفهان، صندوق پستی ۸۴۱۵۶-۸۳۱۱۱

mebrahim@cc.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: اردیبهشت ۱۳۸۵، پذیرش مقاله: اسفند ۱۳۸۵)

چکیده- روشهای مختلفی برای تشخیص شکستگی میله‌های رتور در موتور القایی به کمک تحلیل سیگنالهای مختلف ماشین در مقالات منتشر شده است. در بسیاری از این روشها، تغییرات دامنه مؤلفه‌های فرکانسی معین در یک سیگنال خاص، مبنای قضاوت درباره وضعیت موتور قرار می‌گیرد. در بین سیگنالهای مورد استفاده می‌توان به جریان، توان و شار اشاره کرد. مؤلفه‌های فرکانسی مربوط به عیب، تابع لغزش یا سرعت موتور هستند و در محیطهای صنعتی، به علت عوامل متعددی مانند نوسان بار یا سایر اختلالات، مؤلفه‌های فرکانسی زائدی در کنار مؤلفه‌های اصلی ایجاد می‌شود و لذا تشخیص صحیحی از وضعیت موتور- اگر لغزش موتور به درستی تعیین نشود - امکان‌پذیر نیست. بنابراین در روشهای معرفی شده، به دلیل نیاز به تعیین سرعت، به بیش از یک سنسور نیاز است. در این مقاله پیشنهاد شده که برای تشخیص عدم تعادل رتور، به طیف ارتعاش موتور رجوع شود. فرکانس چرخش موتور و هماهنگهای آن و همچنین دو برابر فرکانس شبکه را می‌توان به سهولت و با دقت در طیف ارتعاش پیدا کرد و به کمک آن لغزش را محاسبه کرد. عدم تعادل رتور نیز مؤلفه‌هایی را با اختلاف فرکانس دو برابر فرکانس لغزش (۲sf) در دو سوی فرکانس متناظر با سرعت چرخش در طیف ارتعاش ایجاد می‌کند که ارزیابی دامنه آن می‌تواند مبنایی برای تشخیص عیب باشد.

کلید واژگان: ارتعاش، تشخیص عیب، طیف، موتور القایی، میله شکسته.

۱- مقدمه

یکی از مهمترین هزینه‌ها در صنعت، هزینه توقف خطوط تولید به دلیل بروز خرابی ماشین‌آلات یا به منظور تعمیر و نگهداری است. موتور القایی سه‌فاز، به‌طور وسیعی در واحدهای صنعتی به کار می‌رود و به این دلیل، اسب محرک صنعت نامیده می‌شود. استفاده گسترده از این ماشین در

مقایسه با سایر ماشینها، به دلیل دوام، نیاز کمتر به تعمیر و نگهداری و توانایی در انجام کار در شرایط گوناگون است. گستردگی استفاده از این ماشین موجب شده است که در زمینه عیب‌یابی آن نیز تحقیقات گسترده‌ای انجام شود. همواره سعی می‌شود که خروج موتور از سرویس در زمانهای از پیش تعیین شده‌ای باشد تا کمترین اختلال در

می‌توان وضعیت عدم تعادل مدار رتور یا شکستگی میله‌های رتور را فقط با استفاده از طیف سیگنال ارتعاش تعیین کرد. به این منظور در بخش دوم مقاله ابتدا مشخصه‌های فرکانسی ناشی از بروز شکستگی در میله‌ها بررسی و سپس برخی از مشکلات در تعیین درست مؤلفه‌های مربوط به عیب و همچنین نکاتی عملی درباره نمونه‌برداری و پردازش سیگنال بیان شده است. در بخش سوم روش پیشنهادی توضیح داده شده و خطا در طیف فرکانسی بررسی شده است. در بخش چهارم و پنجم، مشخصات مجموعه آزمایشگاهی و برخی از نتایج آزمونهای عملی آورده شده است.

۲- تشخیص میله‌های شکسته

بسیاری از روشهای تشخیص عیب بر تحلیل فرکانسی یکی از سیگنالهای موتور استوار است. برخی از عیوب، از جمله عیب عدم تعادل در میله‌های رتور، مؤلفه‌های فرکانسی معینی را در سیگنالهای مختلف موتور ایجاد می‌کنند. در این بخش علت وجود این مؤلفه‌های فرکانسی برای موتور در حال کار بررسی و مشکلات این روشها تشریح می‌شود. نکات مورد نیاز در نمونه‌برداری، فیلتر کردن و پردازش سیگنالهای موتور نیز در این بخش بررسی می‌شود.

۲-۱- مؤلفه‌های فرکانسی ناشی از شکستگی میله رتور

جریانهای چند-فاز متعادل در استاتور متقارن یا در رتور متقارن موتور القایی سه‌فاز، میدان مغناطیسی متوجه‌ای تولید می‌کنند که راستگرد است و با سرعت سنکرون نسبت به استاتور می‌چرخد. سرعت چنین میدانی نسبت به رتور برابر s_f است. اگر در هادیهای رتور عدم تقارن وجود داشته باشد - مثلاً به علت شکستگی میله یا عدم تقارن و وجود حباب هوا در برخی میله‌ها - میدان مغناطیسی ناشی از جریانهای هادیهای رتور را می‌توان به دو مؤلفه راستگرد

روند تولید واحد صنعتی ایجاد شود. به همین منظور لازم است قبل از گسترش عیب، وضعیت دقیق موتور و نوع خطا به درستی تشخیص داده شود تا بتوان در زمان مناسب، تعمیر یا جایگزینی موتور را انجام داد.

شکستگی میله‌های رتور، حدود ده درصد از عیوب موتورهای القایی را شامل می‌شود. هر چند شکستگی میله رتور، بلافاصله موجب خروج موتور از مدار نمی‌شود اما پیشرفت این عیب، اثر ثانویه مخربی را می‌تواند در پی داشته باشد. روشهای مختلفی برای عیب‌یابی موتور در هنگام کار و اتصال به شبکه برق ابداع شده است. مرور برخی از این روشها در [۱، ۲] آورده شده است. در بعضی از مراجع، استفاده از پیچکهای جستجو^۱ برای اندازه‌گیری شارهای مرتبط با عیب رتور پیشنهاد شده است [۳، ۴]. این پیچکها شارهای محوری یا شارهای شعاعی موتور را اندازه می‌گیرند. در بین سایر روشهای پیشنهاد شده می‌توان روشهای تحلیل هارمونیک تغییرات سرعت [۵، ۶]، تخمین پارامترهای موتور [۶]، تحلیل فرکانسی توان لحظه‌ای [۷، ۸، ۹]، روش بردار پارک [۱۰] و تحلیل سیگنال جریان ماشین (MCSA)^۲ [۱۱، ۱۲، ۱۳] نام برد.

تمامی روشهای فوق به بیش از یک سنسور نیاز دارند علاوه بر آن یک یا چند نقص دیگر دارند که از میان آنها می‌توان نیاز به تماس با قسمتهای برقدار، نیاز به سنسورهای از قبل تعبیه شده، نیاز به آگاهی از ساختار داخلی ماشین و نیاز به سنسورهای با دقت زیاد را ذکر کرد.

روش تشخیص عملی روشی است که به سادگی توسط انسان قابل اجرا باشد، نیاز به اتصال سنسورهای متعدد نداشته باشد، نصب سنسورها دشوار نباشد و اجرای نمونه برداری‌ها نیز وقت زیادی نگیرد تا بتوان برای انجام نمونه برداری‌های لازم در دوره‌های زمانی مناسب، برنامه‌ریزی کرد.

در این مقاله روشی پیشنهاد شده که بر مبنای آن

1. Search Coil
2. Machine Current Signature Analysis

۲-۲- کاستی‌های روشهای متعارف

همانطور که مشاهده شد مؤلفه‌های فرکانسی مرتبط با شکستگی میله‌های رتور، در تمامی سیگنالهای معرفی شده در بخش ۱-۲ تابع لغزش موتور هستند، پس برای اینکه بتوان فرکانسهای مربوط به عیب و دامنه آنها را در طیف یکی از سیگنالهای موتور به درستی تشخیص داد، باید مقدار لغزش محاسبه شود و به این منظور، فرکانس دقیق سیستم قدرت و مقدار دقیق سرعت موتور باید معلوم باشد. بنابراین برای استفاده از این سیگنالها در تشخیص خطا، به سرعت سنج یا روشهای تخمین سرعت نیاز است؛ به‌ویژه هنگامی که مؤلفه‌های فرکانسی زائدی در کنار مؤلفه‌های ناشی از عیب رتور ایجاد می‌شود. برخی از شرایطی که باعث ایجاد مؤلفه‌های زائد فرکانسی در نزدیکی مؤلفه‌های ناشی از عدم تعادل مدار رتور می‌شوند عبارت است از:

- ۱- نوسانی بودن بار موتور
 - ۲- وجود جعبه‌دنده در سیستم انتقال قدرت موتور به بار
 - ۳- تغییر در بار موتور در مدت نمونه‌برداری
 - ۴- سایر عیوب در موتور یا در سیستم دوار
- بارهای نوسانی و جعبه‌دنده‌ها مؤلفه‌های فرکانسی اضافه‌ای را در طیف سیگنال ایجاد می‌کنند که می‌تواند با مؤلفه‌های مربوط به شکستگی میله رتور اشتباه شود. وقتی فرکانس کمیتی کاملاً ثابت نباشد و تغییراتی جزئی داشته باشد، مؤلفه‌های فرکانسی جانبی حول فرکانس مرکزی در طیف ظاهر می‌شود. بنابر این اگر سرعت موتور تغییر کند، وضعیت مشابهی در اطراف مؤلفه‌های فرکانسی مربوط به عیب مشاهده می‌شود. سایر عیوب و اختلالات نیز مؤلفه‌های زائدی را در طیف سیگنال ایجاد می‌کنند. این مؤلفه‌های فرکانسی اضافی، تشخیص عیب را با خطا همراه می‌کند. بنابراین تعیین دقیق فرکانس منبع تغذیه f

و چپگرد تجزیه کرد که با سرعت $\pm sf$ نسبت به رتور می‌چرخند. میدان چپگرد رتور سرعتی برابر با:

$$(1-s)f - sf = (1-2s)f$$

نسبت به استاتور دارد که $(1-s)f$ سرعت چرخش رتور نسبت به استاتور است. این میدان چپگرد جریانی با فرکانس $(1-2s)f$ در سیم‌پیچهای استاتور القا می‌کند. بر اثر تعامل میدان چپگرد رتور و میدان اصلی استاتور، یک گشتاور نوسانی با فرکانس $2sf$ به وجود می‌آید و پیرو آن، سرعت موتور با فرکانس $2sf$ نوسانی می‌شود. ارتباط سرعت با لغزش خطی است بنابراین لغزش نیز حول مقدار متوسط s ، نوسانی با فرکانس $2sf$ خواهد داشت. فرکانس جریان میله‌های رتور در حالت سلامت ماشین برابر sf است و در حالت عدم تعادل رتور - به علت نوسانات لغزش - پدیده مدولاسیون رخ داده و فرکانسهای $sf \pm 2sf$ در جریان رتور ظاهر می‌شود. این تحلیل را برای مؤلفه‌های ثانوی سیگنالها می‌توان ادامه داد. در مجموع، به دلیل عدم تقارن هادیهای رتور، فرکانسهای زیر در سیگنالهای مختلف ظاهر می‌شوند:

- فرکانسهای $(1 \pm 2k)sf$ در جریان و در توان استاتور
 - فرکانسهای $(2k-1)sf$ در جریان هادیهای رتور
 - فرکانسهای $2ksf$ در سرعت و گشتاور
 - و فرکانسهای $(2k-1)sf$ در شار محوری رتور
- که در آن $k=1,2,3,\dots$. این فرکانسها را با بررسی طیف سیگنالهای اندازه‌گیری شده توسط سنسورهای نظیر سنسور جریان چنگکی، سرعت‌سنج، پیچک جستجو و مانند آن می‌توان تعیین کرد. در روش MCSA برای تشخیص خطا از جریان استاتور استفاده می‌شود. این روش سهم بزرگی را در مقالات منتشر شده به خود اختصاص داده است.

گسسته (DFT) است. الگوریتمهای محاسبه سریع DFT در کامپیوتر FFT نامیده می‌شوند. DFT برای سری زمانی X_0, X_1, \dots, X_{N-1} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j(2\pi/N)nk}, n=0,1,\dots,N-1 \quad (1)$$

برای تشخیص مؤلفه‌های فرکانسی با استفاده از FFT، فرکانس نمونه‌برداری باید با توجه به قواعد زیر انتخاب شود. براساس قضیه نمونه‌برداری، سیگنال باند محدود $x(t)$ که دارای مؤلفه فرکانسی بالاتر از f_h نیست، با نمونه‌هایی که با سرعت یکنواخت بزرگتر از $2f_h$ برداشته می‌شوند، به طور کامل مشخص می‌شود. فرکانس $2f_h$ را سرعت نایکوئیست می‌نامند. اگر فرکانس نمونه‌برداری f_s کوچکتر از سرعت نایکوئیست باشد، به علت تکرار شدن طیف، پدیده اختلاط فرکانسی رخ می‌دهد و طیف دامنه به دست آمده برای بعضی از فرکانسها معتبر نخواهد بود. معمولاً نمونه‌برداری با فرکانس بسیار بالاتری انجام می‌شود. سیگنالهای باند نامحدودی که دارای طیفهای پایین‌گذر هستند، اغلب تقریباً با ۱۰ برابر فرکانسی که در آن طیف دامنه، ۳ دسیبل از مقدار بیشینه آن کمتر است، نمونه‌برداری می‌شوند [۱۴].

مناسب است که با گذر دادن سیگنال اصلی از فیلتر پایین‌گذر، فرکانسهای زائد حذف شده و سپس نمونه‌برداری انجام شود. فیلترهای مختلفی را می‌توان در مراجع تئوری فیلتر یافت [۱۵] که از آن میان می‌توان به فیلترهای باترورث، چبیشف و بسل اشاره کرد. تفاوت این فیلترها برای هر فرکانس قطع معین، در میزان تأخیر فاز آنها، تخت یا ناهموار بودن پاسخ فرکانسی در باند عبور، سرعت افت پاسخ اندازه دامنه بعد از فرکانس قطع و مانند آن است. فیلتر باترورث

و لغزش S یا سرعت، به منظور تشخیص درست مؤلفه‌های مربوط به عیب اجتناب‌ناپذیر است.

علاوه بر آن به دست آوردن سیگنالهای معرفی شده در بخش ۲-۱ می‌تواند دارای یک یا چند مورد از نواقص زیر نیز باشد:

- ۱- نیاز به تماس با قسمتهای برقدار به دلیل نیاز به سنجش ولتاژ به منظور محاسبه توان؛
- ۲- نیاز به سنسورهای از قبل تعبیه شده مانند سرعت‌سنج یا پیچک جستجو که نصب آن بر روی موتورهای در حال کار، عملی نیست؛
- ۳- نیاز به آگاهی از ساختار داخلی ماشین (مثلاً تعداد شیارها) به منظور تخمین سرعت؛
- ۴- نیاز به سنسورهای با دقت بالا، زیرا اندازه‌گیریهای حاصل از سنسورهای مختلف برای رسیدن به نتایج مورد نظر باید به طور ریاضی با هم ترکیب شوند (به این ترتیب نتایج حاصل ممکن است خطایی بیش از خطای تک تک اندازه‌گیریها داشته باشند).

۲-۳- نکات عملی مرتبط با نمونه‌برداری و پردازش سیگنال

برای شناسایی مشخصه‌های سیگنالهای موتور، گام نخست، نمونه‌برداری از سیگنال و تبدیل آن به معادل رقمی است. سیگنال نمونه‌برداری شده برای استفاده در کامپیوتر دیجیتال باید کوانتیده شود. تعداد سطوح کوانتیده q و طول کلمه دیجیتالی n با رابطه $q=2^n$ به هم مربوط می‌شوند. با افزایش هر یک بیت به طول کلمه، نسبت سیگنال به نویز در خروجی مبدل A/D تقریباً ۶ دسیبل افزایش می‌یابد؛ این موضوع در انتخاب تعداد بیتهای کارت داده‌برداری منظور می‌شود.

روش مناسبی برای تشخیص مؤلفه‌های فرکانسی موجود در سیگنال نمونه‌برداری شده، استفاده از تبدیل فوریه

1. Aliasing

علت وجود این مؤلفه‌ها را در زیر بررسی می‌کنیم.

۳-۱- تأثیر عدم تعادل مدار رتور در طیف ارتعاش

بر اثر شکستگی میله‌های رتور مؤلفه‌های متعددی در طیف ارتعاش ظاهر می‌شود که فرکانس برخی از آنها به پارامترهای ساختمانی ماشین - مانند تعداد میله‌های رتور - بستگی دارد یا مختص پدیده شکستگی رتور نیست و ممکن است ناشی از علل دیگری باشد. مطلوب آن است که بتوان مؤلفه‌های فرکانسی را به دست آورد که فقط مربوط به عدم تعادل رتور بوده و شناسایی آن به آگاهی از ساختار داخلی ماشین نیاز نداشته باشد. در زیر به معرفی مؤلفه‌های فرکانسی می‌پردازیم که چنین ویژگی‌هایی را دارد و در کارهای قبلی به آن توجه چندانی نشده است اگر فرکانس و دامنه آن در طیف ارتعاش به درستی تعیین شود، می‌تواند مبنایی برای تشخیص شکستگی میله‌های رتور باشد.

در هر جسم دوار همواره مقداری عدم تعادل جرمی وجود دارد، این عدم تعادل در کنار ناهم‌محوری اندکی که رتور همراه با بار می‌تواند داشته باشد، موجب می‌شود که در هر دور چرخش رتور، ضربه‌هایی در جهت‌های مختلف به قسمت‌های ساکن موتور وارد شود که در نتیجه آن، همواره مؤلفه‌های فرکانسی برابر با سرعت چرخش f_m و هماهنگ‌های آن در طیف ارتعاش خودنمایی می‌کنند.

در بخش ۲-۱ دیدیم که بر اثر عدم تعادل مدار (ناشی از شکستگی میله) رتور، سرعت چرخش موتور با فرکانس $2sf$ نوسانی می‌شود. بنابراین مؤلفه فرکانسی f_m در طیف ارتعاش نیز نوساناتی با فرکانس $2sf$ پیدا می‌کند. به علت این پدیده مدولاسیون فرکانس، مؤلفه‌هایی با فرکانسهای $f_m + 2sf$ در دو سوی فرکانس f_m در طیف ارتعاش ظاهر می‌شود. مؤلفه سمت چپ f_m یعنی f_{ls}

برای استخراج مؤلفه‌های فرکانسی سیگنال ارتعاش، مناسب و در باند عبور مشخصه دامنه تخت دارد.

تفکیک‌پذیری در طیف سیگنال Δf با مدت نمونه‌برداری T رابطه عکس دارد. فرکانس نمونه‌برداری و مدت زمان نمونه‌برداری تعداد نقاط داده‌ها و حجم محاسبات را افزایش می‌دهند، پس انتخاب T باید براساس مصالحه‌ای بین دقت مورد انتظار در طیف و قابلیت‌های سیستم داده‌برداری انجام شود.

۳- روش پیشنهادی

روشهای مبتنی بر مؤلفه‌های فرکانسی سیگنالهای مختلف موتور می‌توانند به‌طور مؤثری وضعیت عیب را تشخیص دهند، مشروط بر آنکه لغزش موتور به درستی تعیین شود. از طرف دیگر در بسیاری از موارد عملی، هیچ سنسور سرعت از پیش نصب شده‌ای وجود ندارد و روشهای تخمین سرعت نیز کاستیهای ذکر شده در بخش ۲-۲ را دارند و در هر حال تمامی این روشها به سنسورهای متعددی نیاز دارند که کار نمونه‌برداری را دشوار می‌کند.

پیشنهاد می‌شود که برای تشخیص وضعیت رتور، ارتعاش موتور توسط یک سنسور ارتعاش نمونه‌برداری شود. وجود عدم تعادل در مدار رتور، مؤلفه‌های فرکانسی معینی را در طیف ارتعاش ایجاد می‌کند، اما ممکن است به دلیل عوامل متعددی که برخی از آنها در بخش ۲-۲ ذکر شد، مؤلفه‌های فرکانسی زائدی در کنار مؤلفه‌های مرتبط با شکستگی رتور وجود داشته باشد که تشخیص مؤلفه فرکانسی مربوط به عیب رتور را با مشکل روبه‌رو سازد. اما محل مؤلفه‌های مربوط به عدم تعادل رتور در طیف ارتعاش، تابعی از لغزش موتور است. مقدار دقیق سرعت چرخش موتور و فرکانس سیستم قدرت را می‌توان با جستجو در طیف ارتعاش یافت و به کمک آن لغزش را محاسبه کرده و مؤلفه‌های فرکانسی مرتبط با وضعیت رتور را به دقت تعیین کرد. روش کار و

مؤلفه سمت راست f_m یعنی f_{rs} برابر است با:

$$f_{is} = f_m - 2sf \quad (2)$$

$$f_{rs} = f_m + 2sf \quad (3)$$

می‌توان فرکانس چرخش مکانیکی موتور f_m را یافت که در گستره ذکر شده، دارای بیشترین دامنه است. با معلوم شدن f_m هارمونیک‌های f_m نیز قابل شناسایی است. همانطور که پیش از این گفته شد، تفکیک‌پذیری فرکانسی Δf در طیف فرکانسی که با FFT محاسبه شده، با مدت زمان نمونه‌برداری از سیگنال T نسبت عکس دارد و این تفکیک‌پذیری در تمام طول طیف مقدار ثابتی دارد. بنابراین بهتر است برای تشخیص دقیق‌تر سرعت یا از هماهنگی‌های مرتبه بالاتر سرعت استفاده شود یا مدت زمان نمونه‌برداری افزایش یابد تا مقدار لغزش با دقت بیشتری تعیین شود. در افزایش T به توانایی سخت‌افزاری و نرم‌افزاری سیستم داده‌برداری باید توجه داشت. هماهنگی P ام f_m در نزدیکی و سمت چپ مؤلفه فرکانسی $2f$ در طیف ارتعاش قرار دارد و بنابراین مقدار لغزش برابر است با:

$$s = \frac{2f - Pf_m}{2f} \quad (4)$$

اینک با جستجو در نزدیکی فرکانسهای $f_m \pm 2sf$ در یک بازه از پیش تعیین شده، می‌توان دامنه مؤلفه‌های مرتبط با عدم تعادل رتور را یافت.

۳-۳- تعیین ناحیه جستجو در طیف ارتعاش به منظور

تشخیص مؤلفه‌های فرکانسی مرتبط با عیب رتور

طیف فرکانسی به دست آمده با FFT پیوسته نیست و از نقاط منفصلی با فاصله‌های Δf تشکیل شده است. بنابراین یک مؤلفه فرکانسی در طیف که فرکانس f_0 را نشان می‌دهد در واقع در محدوده $f_0 \pm \Delta f/2$ قرار دارد که $\Delta f = 1/T$ است. برای تعیین مؤلفه‌های فرکانسی متناظر با سرعت f_m ، هارمونیک‌های سرعت و دو برابر فرکانس شبکه $2f$ و مؤلفه‌های متناظر با عدم تعادل رتور $f_m + 2sf$ در طیف ارتعاش، باید خطای محاسبه معلوم باشد تا محدوده جستجو برای یافتن فرکانسهای موردنظر با دقت

هر چه عدم تعادل در مدار رتور بیشتر باشد دامنه نوسانات سرعت بیشتر شده و دامنه مؤلفه‌های f_{rs} و f_{is} افزایش می‌یابد. بنابراین دامنه این مؤلفه‌ها می‌تواند معیاری برای تشخیص عیب شکستگی رتور باشد.

۳-۲- تعیین دقیق لغزش با استفاده از طیف ارتعاش

گفتیم که عدم تعادل جرمی رتور در کنار ناهم‌محوری اندک رتور همراه با بار، موجب می‌شود که همواره مؤلفه‌های فرکانسی برابر با سرعت چرخش و هماهنگی‌های آن در طیف ارتعاش خودنمایی کنند.

از سوی دیگر ولتاژهای تغذیه و جریانهای استاتور، فرکانس سیستم قدرت f را دارند. بر اثر جریانهای استاتور و جریانهای القا شده در رتور، شار برابند دوار با سرعت سنکرون تولید می‌شود. این شار نیروی جاذبه الکترومغناطیسی بین رتور و استاتور ایجاد می‌کند که در هر سیکل از تغییرات شار، دو بار بیشینه می‌شود: یک بار هنگامی که شار حداکثر مقدار مثبت را دارد و بار دیگر هنگامی که حداکثر مقدار منفی را دارد. بنابراین همواره نیرویی با دو برابر فرکانس سیستم قدرت $2f$ ایجاد می‌شود. مقدار این نیرو مستقل از جریان بار اما تابع جریان مغناطیس‌کننده بوده و بنابراین ثابت است. این نیرو مؤلفه ارتعاشی با فرکانس $2f$ تولید می‌کند و این فرکانس به شکل مؤلفه‌ای قوی در طیف ارتعاش خود را نشان می‌دهد [۱۶].

در ماشین القایی P قطبی، فرکانس چرخش رتور همواره کمی کمتر از فرکانس چرخش سنکرون $2f/P$ است. لذا با جستجو در طیف ارتعاشی در محدوده فرکانس چرخش نامی رتور تا فرکانس چرخش سنکرون،

قابل قبولی انتخاب شود.

$$f_{ls} = f_m - \gamma S f = f_m - \left(\frac{f_r - f_{mp}}{f_r}\right) f_r = f_m - f_r + f_{mp} \quad (6)$$

برای سهولت ارجاع به مؤلفه‌های فرکانسی مورد نظر، این فرکانسها به ترتیب زیر نامگذاری می‌شود:

f_{ls} : فرکانس $f_m - \gamma S f$ که در سمت چپ فرکانس f_m

در طیف ارتعاش قرار دارد.

f_{rs} : فرکانس $f_m + \gamma S f$ که در سمت راست فرکانس f_m

در طیف ارتعاش قرار دارد.

f_m : فرکانس چرخش رتور در طیف ارتعاش

f_{mp} : هماهنگ P ام f_m در طیف ارتعاش

f_r : دو برابر فرکانس شبکه در طیف ارتعاش

فرکانس چرخش رتور f_m را باید در نزدیکی فرکانس

سنکرون $\gamma f/P$ و فرکانس چرخش نامی در طیف ارتعاش

جستجو کنیم؛ این فرکانس بیشترین دامنه را در محدوده

مشخص شده دارد. با مشخص شدن f_m روشن می‌شود که

فرکانس چرخش رتور در فاصله $[f_m - \Delta f/2, f_m + \Delta f/2]$

قرار دارد.

اینک باید به سراغ f_r و f_{mp} در طیف ارتعاش برویم. f_r

باید در محدوده دو برابر فرکانس شبکه (در ایران در حدود Hz

۱۰۰) و f_{mp} در محدوده $[P f_m - P \Delta f/2, P f_m + P \Delta f/2]$

جستجو شوند. فرکانسهای متناظر با بیشترین دامنه در این

محدوده به ترتیب f_r و f_{mp} است. با توجه به تفکیک پذیری

فرکانسی Δf ، معلوم است که دو برابر فرکانس شبکه برابر

$f_r \pm \Delta f/2$ و هماهنگ P ام سرعت برابر $f_{mp} \pm \Delta f/2$ است.

اکنون با توجه به اطلاعات به دست آمده می‌توان لغزش را

محاسبه کرده و به سراغ مؤلفه‌های $f_m \pm \gamma S f$ متناظر با شکستگی

میله‌های رتور رفت. این مؤلفه‌ها با روابط زیر قابل محاسبه

است. لغزش S برابر است با:

$$s = \frac{f_r - f_{mp}}{f_r} \quad (5)$$

f_{ls} برابر است با:

f_{rs} برابر است با:

$$f_{rs} = f_m + \gamma S f = f_m + \left(\frac{f_r - f_{mp}}{f_r}\right) f_r = f_m + f_r - f_{mp} \quad (7)$$

با توجه به اینکه مقدار خطا در محاسبه f_{mp} و f_r برابر

است با:

$$\Delta f_r = \Delta f_{mp} = \pm \frac{\Delta f}{\gamma} \quad (8)$$

می‌توان خطای f_{ls} و f_{rs} را با استفاده از روابط (۶) و

(۷) به ترتیب زیر محاسبه کرد:

$$\Delta f_{ls} = \Delta f_m - \Delta f_r + \Delta f_{mp} = \left(\pm \frac{\Delta f}{\gamma}\right) - \left(\pm \frac{\Delta f}{\gamma}\right) + \left(\pm \frac{\Delta f}{\gamma}\right) \quad (9)$$

$$\Delta f_{ls} = \pm \frac{\gamma}{\gamma} \Delta f$$

$$\Delta f_{rs} = \Delta f_m + \Delta f_r - \Delta f_{mp} = \left(\pm \frac{\Delta f}{\gamma}\right) + \left(\pm \frac{\Delta f}{\gamma}\right) - \left(\pm \frac{\Delta f}{\gamma}\right) \quad (10)$$

$$\Delta f_{rs} = \pm \frac{\gamma}{\gamma} \Delta f$$

بر اساس محاسبات انجام شده روشن است که برای

یافتن مؤلفه فرکانسی متناظر با عدم تعادل رتور - که در

سمت چپ f_m قرار دارد - باید در محدوده $f_{ls} \pm \frac{\gamma}{\gamma} \Delta f$

و برای یافتن مؤلفه فرکانسی رتور - که در سمت راست

f_m قرار دارد - باید در محدوده $f_{rs} \pm \frac{\gamma}{\gamma} \Delta f$ به دنبال

فرکانسهای با بیشترین دامنه برویم، از آنجاکه نقاط در

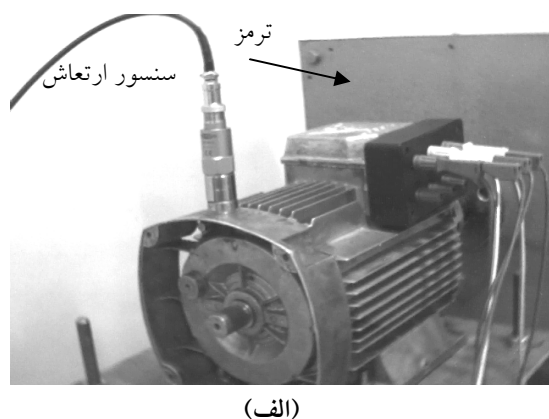
طیف فرکانسی منفصل بوده و نقاط مرزی محدوده‌های

فوق ممکن است بین دو نقطه منفصل قرار گیرند، محدوده

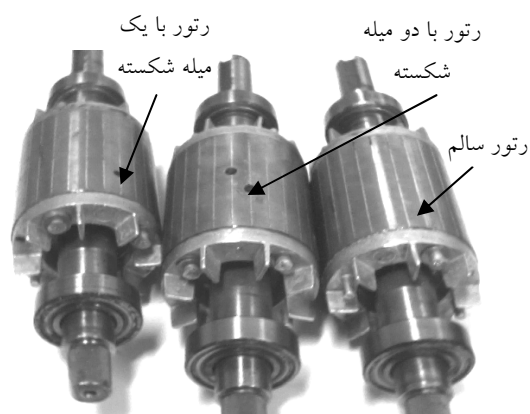
جستجو را باید اندکی گسترش داد تا نقاط فرکانسی

مجاور هر محدوده نیز در بر گرفته شود.

نمونه‌برداری شده به‌طور مستقیم توسط نرم‌افزار طراحی شده انجام و نتایج به‌طور خودکار گزارش می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۱ (الف) موتور آزمایشگاهی سه فاز، $380V$ ، 4 قطبی، $50Hz$ ، $1/1kW$ ، متصل به ترمز فوکو، همراه با سنسور ارتعاش. (ب) رتورهای سالم، با یک میله و با دو میله

برای نشان دادن دقت و کارایی روش پیشنهادی، طیف ارتعاش نوعی موتور آزمایشگاهی با دو میله رتور شکسته در 35 درصد بار نامی در شکل ۲ آورده شده است. شکل (۲-الف) طیف ارتعاش موتورهای آزموده شده را در محدوده فرکانسی صفر تا 105 هرتز نشان می‌دهد. مدت زمان نمونه‌برداری T در این آزمون برابر 32 ثانیه بوده است.

۴- مشخصات مجموعه آزمایشگاهی

برای آزمودن نظریه ارائه شده، دستگاهی متشکل از مجموعه اجزای مورد نیاز، گردآوری، طراحی و ساخته شده است. این دستگاه شامل سنسور ارتعاش و مدار مربوط به آن، فیلتر و تقویت‌کننده، کارت داده‌برداری، کامپیوتر دیجیتال و نرم‌افزارهای داده‌برداری و تحلیل سیگنال است. سنسور ارتعاش به‌کار رفته از نوع شتاب‌سنج است که پهنای باند بیش از $10kHz$ دارد، کارت داده‌برداری، 14 بیتی با حداکثر نرخ نمونه‌برداری $250ks/s$ برای تمام کانالها است. مدارهای طراحی و ساخته شده شامل منبع جریان برای راه‌اندازی سنسور ارتعاش و فیلتر تقویت‌کننده پایین‌گذر مرتبه 6 باترورث برای سیگنال ارتعاش با فرکانس قطع $150Hz$ است.

موتور آزمایشگاهی از نوع القایی سه‌فاز $380V$ ، 4 قطبی، $50Hz$ ، $1/1kW$ همراه با دو رتور اضافی است که میله‌های همه رتورها صاف است. یکی از میله‌های رتور اضافی اول و دو میله از رتور اضافی دوم با مته سوراخ شده تا بتوان آزمونهای مربوط به رتور شکسته را انجام داد. موتور به ترمز فوکو به‌عنوان بار متصل شده و سنسور ارتعاش در راستای شعاعی، ارتعاش موتور را می‌سنجد (شکل ۱).

۵- نتایج آزمونهای آزمایشگاهی

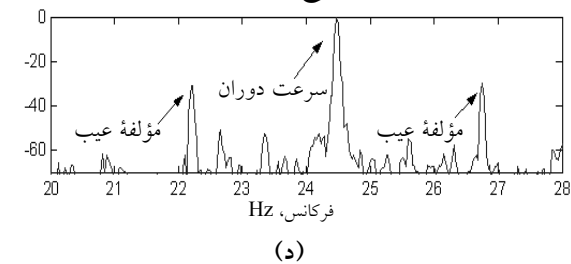
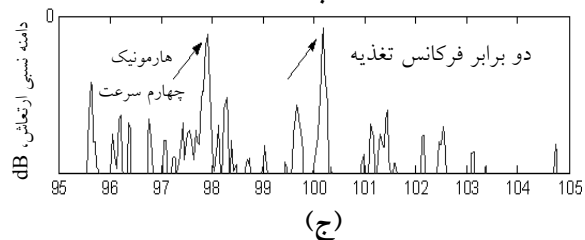
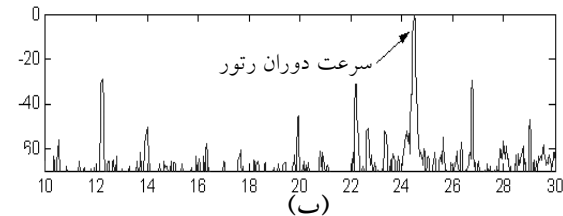
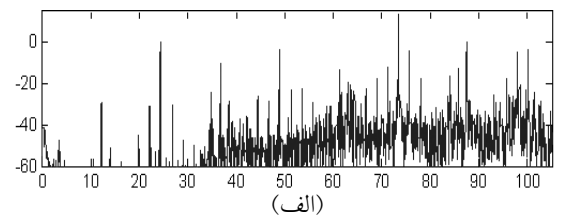
آزمونهای متعددی در بارهای مختلف - از لغزشهای کم تا لغزش در بار نامی - بر روی موتور آزمایشگاهی با رتور سالم و با رتورهای معیوب انجام شده است. در برخی از آزمونها بار موتور نیز نوسانی بوده است. سیستم تشخیص خطا مؤلفه‌های فرکانسی مربوط به عدم تعادل رتور و دامنه‌های مربوط به آن را به‌درستی تشخیص داده است. پردازشهای لازم و محاسبات سیگنالهای

شکل (۲-ب) محدوده ۱۰ تا ۳۰ هرتز همان شکل (۲-الف) است. سرعت سنکرون موتور آزمایشگاهی به ازای فرکانس تغذیه ۵۰ Hz، برابر ۲۵ دور در ثانیه و سرعت موتور به ازای حداکثر بار (بار نامی) برابر ۲۳/۳۳ دور در ثانیه است. ملاحظه می شود که در محدوده ۲۳/۳۳ Hz تا ۲۵ Hz (و حتی در محدوده قابل توجهی قبل و بعد از آن) بزرگترین مؤلفه در فرکانس ۲۴/۴۷ Hz قرار دارد. بنابراین سرعت چرخش موتور (f_m) همان ۲۴/۴۷ دور در ثانیه است و نشان می دهد که سرعت چرخش را به سهولت در طیف ارتعاش می توان مشخص کرد.

شکل (۲-ج) طیف ارتعاش را در محدوده ۹۵ تا ۱۰۵ هرتز نشان می دهد. هارمونیک چهارم سرعت و هارمونیک دوم فرکانس شبکه با علامت پیکان نشان داده شده است. به کمک این دو مؤلفه فرکانسی و با استفاده از رابطه (۵) مقدار لغزش محاسبه می شود. شکل (۲-د) طیف ارتعاش را در محدوده ۲۰ تا ۳۸ هرتز نشان می دهد، مؤلفه سرعت f_m و مؤلفه های کناری مربوط به عیب - که فرکانس $f_m + 2sf$ دارند - با علامت پیکان نشان داده شده است. نتایج استخراج شده از این طیفها را در جدول ۱ می توان مشاهده کرد. تمامی مؤلفه های فرکانسی مورد نظر با ملاحظه موارد ذکر شده در بخش ۳-۳، با دقت قابل قبولی به دست آمده است.

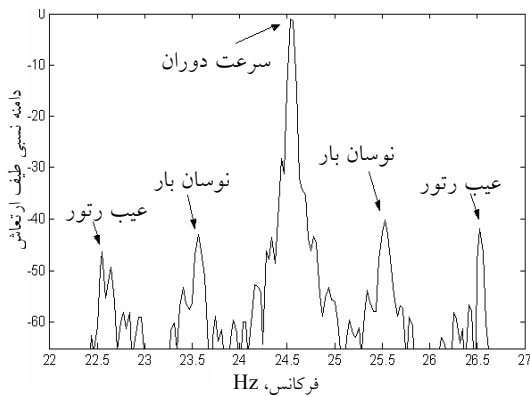
جدول ۱ نتایج استخراج شده از شکل ۲ مربوط به موتور آزمایشگاهی در ۳۵٪ بار نامی

۲۴/۴۷ Hz	فرکانس متناظر با سرعت f_m	
۹۷/۹۱ Hz	هارمونیک چهارم (۴م) سرعت	
۱۰۰/۱۹ Hz	۲f، دو برابر فرکانس شبکه	
۰/۰۲۲۸	S، مقدار لغزش محاسبه شده	
۲۲/۱۹ Hz	فرکانس	مؤلفه فرکانسی $f_m - 2sf$ در طیف ارتعاش
-۳۰/۸۵ dB	دامنه	
۲۶/۷۵ Hz	فرکانس	مؤلفه فرکانسی $f_m + 2sf$ در طیف ارتعاش
-۳۰/۰۵ dB	دامنه	



شکل ۲ طیف ارتعاش موتور القایی آزمایشگاهی سه فاز، ۳۸۰V، ۴ قطبی، ۵۰ Hz، ۱/۱ kW، با دو میله شکسته در رتور در ۳۵٪ بار نامی. (الف) طیف ارتعاش در محدوده فرکانسهای ۱۱۰ تا ۱۲۰ هرتز. (ب) طیف ارتعاش در محدوده ۴۰ درصد سرعت سنکرون تا ۱۲۰ درصد سنکرون. (ج) طیف ارتعاش در اطراف دو برابر فرکانس شبکه. (د) طیف ارتعاش در حوالی فرکانس نظیر سرعت دوران رتور.

بنابراین تفکیک پذیری فرکانسی در طیف ارتعاش $\frac{1}{32}$ Hz است. این طیف نسبت به مؤلفه فرکانسی سرعت نرمالیزه شده به طوری که مؤلفه فرکانسی متناظر با f_m برابر ۰ dB است. همانطور که مشاهده می شود در طیف ارتعاش، مؤلفه های فرکانسی بسیاری وجود دارد که بر اثر عوامل متعدد الکتریکی و مکانیکی و تداخل این عوامل به وجود می آید و برای تشخیص هر پدیده خاص در طیف باید محدوده فرکانسی جستجو با دقت مشخص شود.

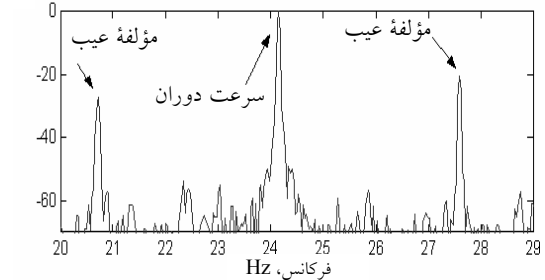
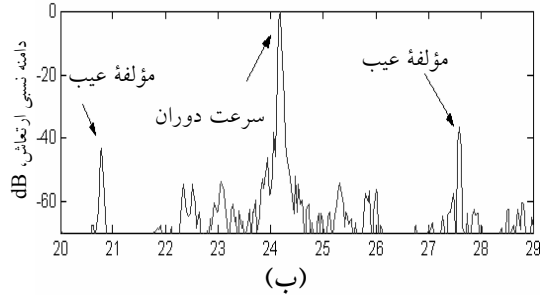
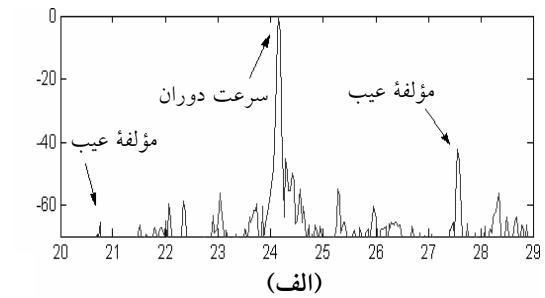


شکل ۴ طیف ارتعاش موتور آزمایشگاهی سه فاز در ۳۳٪ بار نامی، هنگامی که بار نوسانی است، در حوالی فرکانس نظیر سرعت دوران.

علامتهای پیکان مؤلفه‌های متناظر با سرعت و مؤلفه‌های مربوط به عیب رتور را نشان می‌دهد. خلاصه نتایج استخراج شده از شکل ۳ در جدول ۲ آورده شده است. ملاحظه می‌شود که به‌ازای لغزش معین، گسترش عدم تعادل در رتور، دامنه مؤلفه‌های فرکانسی مربوط به عیب را، علی‌رغم کاهش بار، افزایش می‌دهد. به‌علاوه روشن می‌شود که گسترش پدیده عدم تعادل یا شکستگی در میله‌های رتور، سرعت موتور را به‌ازای گشتاور معین، کاهش می‌دهد.

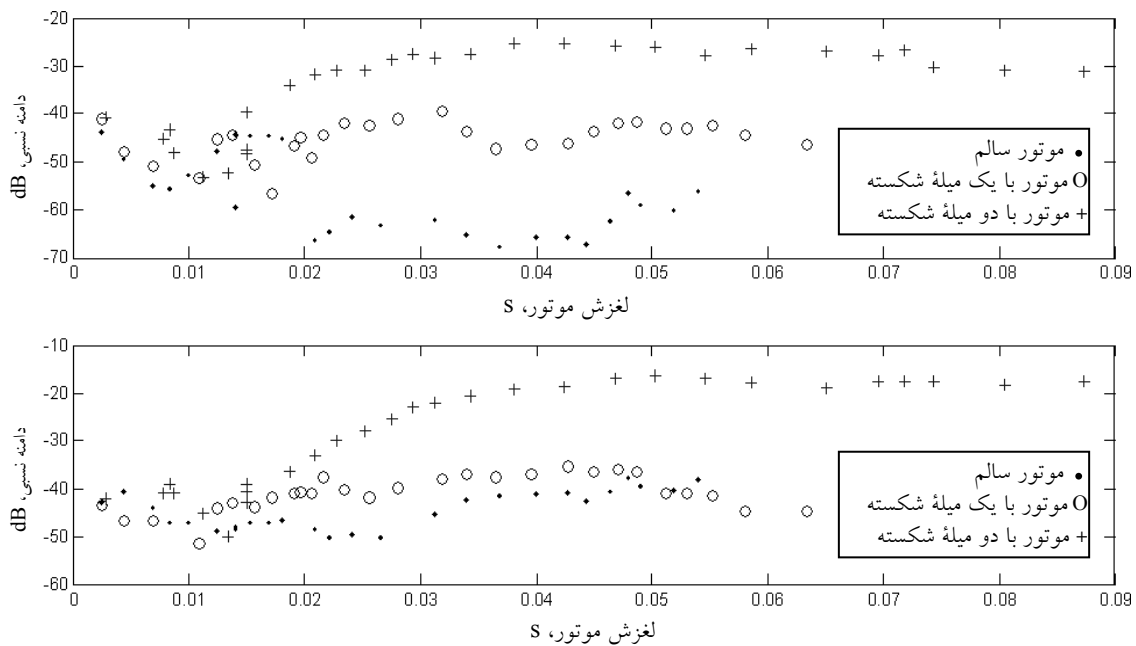
شکل ۴ طیف ارتعاش موتور آزمایشگاهی با یک میله شکسته در رتور را در حالت بار نوسانی نشان می‌دهد. اگر مقدار دقیق سرعت و لغزش معلوم نباشد، تفکیک مؤلفه‌های مربوط به عیب رتور از مؤلفه‌های مربوط به نوسان بار امکان‌پذیر نیست و روش معرفی شده در این مقاله، به‌سبب مؤلفه‌های عیب را تشخیص می‌دهد. بار موتور در این شکل برابر ۳۳ درصد بار نامی، سرعت موتور برابر ۲۴/۵۳ دور در ثانیه، لغزش برابر ۰/۰۱۹۷ و فرکانس نوسان بار حدود ۱ Hz است. مؤلفه‌های مربوط به نوسان بار، با فاصله تقریبی ۱ Hz در دو سوی مؤلفه سرعت قرار دارند.

شکل ۵ نتایج آزمونهای انجام شده بر روی موتور



شکل ۳ طیفهای ارتعاش موتور آزمایشگاهی سه فاز، ۳۸۰V، ۴ قطبی، ۵۰ Hz، ۱/۱-kW، در حوالی فرکانس نظیر سرعت دوران موتور. (الف) طیف مربوط به موتور با رتور سالم در ۷۵٪ بار نامی. (ب) طیف مربوط به موتور با یک میله شکسته در رتور در ۶۵٪ بار نامی. (ج) طیف مربوط به موتور با دو میله شکسته در رتور در ۵۰٪ بار نامی. بارهای موتور عمداً متفاوت در نظر گرفته شده تا لغزش موتور در هر سه شکل برابر باشد.

شکل ۳ طیفهای ارتعاش موتور با رتور سالم (۳-الف)، موتور با یک میله شکسته در رتور (۳-ب) و موتور با دو میله شکسته در رتور (۳-ب) را نشان می‌دهد. گشتاور بار در این سه شکل عمداً متفاوت در نظر گرفته شده تا مقدار لغزش در سه حالت یکسان باشد. دامنه مؤلفه‌های فرکانسی نسبت به دامنه مؤلفه با فرکانس f_m نرمالیزه شده است.



شکل ۵ نمودار تغییرات دامنه مؤلفه‌های نرمالیزه شده مربوط به عدم تعادل رتور برحسب تغییرات لغزش.

الف) نمودار تغییرات مربوط به مؤلفه کناری سمت چپ مؤلفه سرعت در طیف ارتعاش f_{ls}

ب) نمودار تغییرات مربوط به مؤلفه کناری سمت راست مؤلفه سرعت در طیف ارتعاش f_{rs}

جدول ۲ نتایج استخراج شده از شکل ۳ مربوط به موتور با رتورهای مختلف

موتور با دو میله شکسته در رتور در ۰.۵۰٪ بار نامی و لغزش $S=0.34$	موتور با یک میله شکسته در رتور در ۰.۶۵٪ بار نامی و لغزش $S=0.34$	موتور با رتور سالم در ۰.۷۵٪ بار نامی و لغزش $S=0.34$	فرکانس	مؤلفه فرکانسی $f_m - \gamma sf$ در طیف ارتعاش
20.7 Hz	20.7 Hz	20.7 Hz	دامنه	-27.4 dB
27.6 Hz	27.6 Hz	27.6 Hz	فرکانس	-20.6 dB
			دامنه	-42.5 dB

موتور با یک میله شکسته در رتور و موتور با دو میله شکسته در رتور است.

با دقت در شکل معلوم می‌شود که در لغزشهای بیش از ۰/۰۲ (که متناظر با بارهای بیش از یک سوم بار نامی است) تفاوت آشکاری در دامنه حداقل یکی از دو مؤلفه f_{ls} یا f_{rs} ظاهر می‌شود که می‌تواند مبنایی برای تشخیص وضعیت رتور باشد. در لغزشهای کم، اثر تغییر جزئی فرکانسهای شبکه، تغییرات بار و وجود سایر مؤلفه‌های

آزمایشگاهی را در محدوده ۵٪ تا ۱۱۰٪ بار نامی برای رتور سالم، رتور با یک میله شکسته و رتور با دو میله شکسته نشان می‌دهد. در برخی از آزمونها بار نوسانی بوده است. نمودارهای (۵ - الف) و (۵ - ب) تغییرات دامنه مؤلفه‌های فرکانسی مربوط به عیب در طیف ارتعاش را برحسب تغییرات لغزش نشان می‌دهند. این دامنه‌ها نیز نسبت به مؤلفه با فرکانس f_m نرمالیزه شده‌اند. علامتهای (•)، (O) و (+) به ترتیب مربوط به موتور با رتور سالم،

۷- تقدیر و تشکر

این تحقیق با استفاده از امکانات آزمایشگاهی موجود در دانشکده برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی اصفهان و دانشکده برق دانشگاه صنعتی مالک اشتر انجام شده است. مؤلفان مقاله بدین وسیله مراتب تقدیر و تشکر خود را از مساعدت کلیه کسانی که شرایط را برای انجام این تحقیق هموار کردند به‌ویژه آقایان مهندس سهیل تشکر و مهندس مهرداد متقی، اعلام می‌دارند.

۸- منابع

- [1] Nandi S., Toliyat H., "Condition Monitoring and Fault Diagnosis of Electrical Machines- a review", IEEE Trans. I. A. pp. 197-204, 1999.
- [2] Benbouzid M. E. H., "A Review of Induction Motors Signature Analysis as a Medium for Fault Detection", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 47, No. 5, pp. 984-993, Oct 2000.
- [3] Deleroi W., "Squirrel Cage Motor with Broken Bar in the Rotor- Physical Phenomena and their experimental assessment", ICEM, pp. 767-770, 1982, Budapest.
- [4] Elkasabgy N. M. Eastham A. R., Dawson G.E., "Detection of Broken Bars in the Cage Rotor on an Induction Machine", IEEE Trans. Ind. Applns., Vol. IA-22, No. 6, pp. 165-171, 1992.
- [5] Gaydon B. G., "an Instrument to Detect Induction Motor Rotor Circuit Defects by

مزاحم در کنار مؤلفه‌های عیب، موجب می‌شود که این مؤلفه‌ها با هم ترکیب شده و دامنه حاصل وضعیت دقیق عیب رتور را نشان ندهد. البته با افزایش مدت زمان نمونه‌برداری و در نتیجه افزایش تفکیک‌پذیری فرکانسی و فاصله انداختن بین مؤلفه‌های فرکانسی می‌توان وضعیت را بهبود بخشید؛ هر چند این کار در بسیاری از موارد عملی ضرورتی ندارد، زیرا موتورهای القایی معمولاً در کسر بزرگی از بار نامی کار می‌کنند.

با وجود اینکه آزمون‌ها بر روی هر سه رتور به‌طور یکسان از ۵٪ تا ۱۱۰٪ بار نامی انجام شده، اما نتایج مربوط به رتورهای معیوب بیشتر در سمت لغزشهای زیاد گسترش یافته است. این نکته ثابت می‌کند که وجود شکستگی در میله‌های رتور، عامل کاهش سرعت و افزایش لغزش در یک بار معین است.

۶- نتیجه

با جستجو در مقالات معلوم می‌شود که روشهای تحلیل فرکانسی سیگنالهای مختلف ماشین تاکنون بیشترین سهم را در بین روشهای تشخیص عیب شکستگی میله‌های رتور موتورهای القایی در هنگام کار و اتصال به شبکه داشته‌اند. این روشها به دلیل نیاز به اتصال سنسورهای متعدد به سادگی توسط اپراتور قابل اجرا نیستند.

در این مقاله روش جدیدی معرفی شده که در آن فقط از سنسور ارتعاش استفاده شده است. در این روش ارتباط مؤلفه‌های فرکانسی عیب در طیف ارتعاش موتور استخراج و روش دقیق تعیین سرعت، لغزش و مؤلفه‌های مربوط به عیب رتور به تفصیل بیان شده است. براساس روش پیشنهادی، یک دستگاه تشخیص عیب متشکل از سخت‌افزارها و نرم‌افزارهای مورد نیاز طراحی و ساخته شده است. آزمونهای مختلف انجام شده بر روی موتور آزمایشگاهی کارایی روش پیشنهادی را اثبات کرده است.

- IAS 95, pp. 642-646, 1995.
- [11] Kliman G. B., Stein J. Endicott R. D., Madden M. W., "Non-invasive Detection of Broken Rotor Bars in Operating Induction Motors", IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. EC-3, No. 4, pp. 873-879, Dec1998
- [12] Bellini A., Filippetti F., Franceschini G., Tassoni C., Kliman G., "Quantitative Evaluation of Induction Motor Broken Bars by Means of Electrical Signature Analysis", IEEE Trans. Ind. Applications, Vol. 37, No. 5, pp. 1248-1255, Sep/Oct 2001.
- [13] F. F. Costa, L. A. L. de Almeida, S. R. Naidu, E.R.Braga-Filho, "Improving the Signal Data Acquisition in Condition Monitoring of Electrical Machines", IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, Vol. 53, No. 4, pp. 1015-1019, Aug 2004.
- [14] Oppenheim A. V., Schafer R. W., Discrete – Time Signal Processing, Prentic - Hall, 1989.
- [15] Williams A. B., Taylor F. J., Electronic Filter Design Hand Book, 3rd ed., 1995.
- [16] Finley W. R., Hodowanec M. M., Holter W. G. "Diagnosing Motor Vibration Problems", pp. 165-180
- Speed Fluctuation measurements", Electric Test and Measuring Instrumentation, Testmex 79, Conference Papers, pp. 5-8, 1979.
- [6] Filippetti F., Franceschini G., Tassoni C., Vas P., "a Technique in Induction Machines Diagnosis Including the Speed Ripple Effect", IEEE-IAS annual Meeting Conference, pp. 655-662, Oct 6-10, 1996, San Diengo.
- [7] Legowski S. F., Trzynadlowski A. M., "Instantaneous Stator Power as a Medium for the Signature Analysis of Induction Motors", IEEE IAS95, pp. 619-624, 1995.
- [8] Liu Z., Yin X., Zhang Z., Chen D., Chen W., "Online Rotor Mixed Fault Diagnosis Way Based on Spectrum Analysis of Instantaneous Power in Squirrel Cage Induction Motors", IEEE Trans. on Energy Conv., Vol. 19, No. 3, pp. 485- 490, 2004
- [9] Didier, G.; Ternisien, E.; Caspary, O.; Razik, H. "Fault Detection of Broken Rotor Bars in Induction Motors Using a Global Fault Index", IEEE Trans. Ind. Apps, Vol. 42, No. 1, pp. 79 – 88, Jan./Feb. 2006
- [10] Cardoso A. J. M., Crus S. M. A., Carvalho J.F.S., Saraiva E. S., "Rotor Cage Fault Diagnosis in Three Phase Induction Motors, by Park's Vector Approach", IEEE