تعیین مشخصه تفاضلی در الگوریتم‌های رمز قطعه‌ای با شبکه هاپفیلد و ماشین بولتزمن

عباس قائمی بافقی[۱]، بابک صادقیان[۲*]، رضا صفابخش[۳]

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- دانشیار دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳- استاد دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

*** تهران، صندوق پستی ۴۴۱۳- ۱۵۸۷۵**

Basadegh@ce.aut.ac.ir

چکیده- در این مقاله نشان می‌دهیم که چگونه با به‌کارگیری شبکه‌های عصبی می‌توان مشخصه تفاضلی مناسبی برای الگوریتم‌های رمز قطعه‌ای یافت. به این منظور عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای مورد بررسی با یک گراف وزندار جهتدار نمایش داده می‌شود. با این نمایش، یافتن بهترین مشخصه تفاضلی، معادل با یافتن کم‌وزن‌ترین مسیر چند- شعبه بین دو گره آغازی و پایانی در گراف حاصل است. دراین مقاله، ابتدا شبکه هاپفیلد برای یافتن بهترین مسیر چند- شعبه در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای سرپنت به‌کار رفته است. با این شیوه، افزایش تعداد دور مشخصه، باعث افزایش احتمال رسیدن به بهینه‌های محلی در هنگام بهینه‌سازی می‌شود. سپس به‌منظور کاهش این مشکل از شیوه‌های آموزش احتمالی و ایده تابکاری شبیه‌سازی‌شده، استفاده شده و با به‌کارگیری ماشین بولتزمن، کارایی بیشتری به‌دست آمده است. روند بهینه‌سازی برای یافتن یک مشحصه ۴، ۵ و ۶ دوری از الگوریتم رمز سرپنت، ۱۰۰ بار تکرار شده است. در این آزمایشها، جواب مطلوب با به‌کارگیری شبکه هاپفیلد، به‌ترتیب ۱۰۰، ۲۰ و ۱ بار و با به‌کارگیری ماشین بولتزمن، به ترتیب ۱۰۰، ۹۹ و ۳۰ بار به‌دست آمده است. نتایج بررسیهای انجام شده بیانگر تاثیر مثبت آموزش احتمالی در روند بهینه‌سازی توسط شبکه عصبی است. مقایسه احتمال‌های مشخصه‌های به‌دست آمده با شیوه پیشنهادی در این مقاله با احتمال‌های هشت مشخصه گزارش شده در مقالات دیگر نشان می‌دهد که در شش مورد، نتایج ارائه شده در این مقاله بهتر از نتایج گزارش شده در سایر مقالات است و در دو مورد، احتمال‌های مشخصه‌های تفاضلی به‌دست آمده برابر با احتمال مشخصه‌های نظیر در سایر مقالات است. همچنین یک مشخصه تفاضلی برای الگوریتم رمز سرپنت ۷ دوری با استفاده از ماشین بولتزمن به‌دست آمده که احتمال 2^{-125} دارد. این مشخصه، با صرفنظر کردن از مشخصه‌های بومرنگ گزارش شده از این الگوریتم رمز، اولین مشخصه تفاضلی برای بیش از ۶ دور از آن است. این مقایسه نشان دهنده کارایی و کارامدی شبکه‌های عصبی برای یافتن مشخصه تفاضلی مناسب است، به‌طوری‌که کارایی در هاپفیلد بیشتر از ماشین بولتزمن است و کارامدی در ماشین بولتزمن بیشتر است.

کلید واژگان: تحلیل تفاضلی، ساختار جانشینی-جایگشتی، رمز قطعه‌ای سرپنت، شبکه هاپفیلد، ماشین بولتزمن.

۱- مقدمه

تحلیل تفاضلی در سال ۱۹۹۰ توسط بیهام و شامیر ابداع شد [۳]. این روش تحلیل در دو مرحلهٔ طراحی حمله و اجرای حمله انجام می‌شود. در مرحله طراحی حمله، تحلیلگر با به‌کارگیری ویژگیها و نقاط ضعف الگوریتم رمز، به‌دنبال یافتن یک مشخصه تفاضلی با احتمال بالا است. در مرحله اجرای حمله، تحلیلگر باید به اندازه کافی زوج متن رمزشده با تفاضل به‌دست آمده در مرحله طراحی را جمع‌آوری کرده و توسط آنها بیت‌های کلید مؤثر در مشخصه را با انجام یک شیوه شمارش به‌دست آورد.

در [۱] برای یافتن مشخصه مناسب برای طراحی حمله مبتنی بر تحلیل تفاضلی، مدل بازنمایی عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای ارائه شد. در این مدل هریک از اجزای الگوریتم رمز توسط یک گراف جهتدار وزندار نشان داده می‌شود. از ترکیب گرافهای متناظر با هر یک از اجزای یک الگوریتم رمز قطعه‌ای، یک گراف جهتدار وزندار به‌دست می‌آید. درنتیجه، برای یافتن مشخصه تفاضلی k دوری، یک گراف $2k$ سطحی به‌دست آمده و مسأله یافتن بهترین مشخصه برای این الگوریتم رمز، معادل با یافتن مسیری چند- شعبه از گره آغازی به گره پایانی در این گراف است، به‌طوری‌که جمع مسیرهای آن کمترین مقدار ممکن باشد. در [۵،۴،۱] شیوه بهینه‌سازی اجتماع مورچگان برای یافتن بهترین مسیر چند- شعبه در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای به‌کار رفته شده است.

دراین مقاله، قابلیت به‌کارگیری شبکه‌های عصبی هاپفیلد و ماشین بولتزمن برای یافتن بهترین مسیر چند- شعبه در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای بررسی و چگونگی به‌کارگیری آنها مطرح می‌شود. به‌بیان دیگر به‌دنبال پاسخگویی به این سوالات هستیم که آیا شبکه‌های عصبی را می‌توان برای یافتن بهترین مسیر چند- شعبه در گراف نمایش عملکرد تفاضلی به‌کار برد یا خیر؟ میزان کارایی و کارامدی آنها چقدر است؟ برای این منظور، روند بهینه‌سازی توسط هر یک از دو شیوه ۱۰۰ مرتبه برای هریک از موارد مورد بررسی، تکرار شده و بهترین جواب انتخاب شد. در ادامه عملکرد دو شبکه را از نظر کارایی و کارامدی مقایسه کردیم. کارایی را با توجه به زمان لازم برای حصول نتیجه مطلوب در هر شیوه تعریف می‌کنیم و "یک شیوه بهینه‌سازی را کاراتر می‌گوییم اگر در زمان کمتری نتیجه مطلوب آزمایش را به‌دست دهد". به‌بیان دیگر، کارایی با توجه به پیچیدگی اجرا تعیین شده و شیوه‌ای را کاراتر می‌گوییم که پیچیدگی اجرای کمتری دارد. کارامدی را براساس نتیجه بخشی هر شیوه تعریف می‌کنیم و "یک شیوه بهینه‌سازی را برای حل یک مسأله کارامدتر می‌گوییم که در تعداد موارد بیشتری، جواب مطلوب را به‌دست دهد".

در بخش۲، الگوریتم رمز قطعه‌ای سرپنت، به‌عنوان یک نمونه الگوریتم رمز قطعه‌ای و بستری برای نشان دادن چگونگی به‌کارگیری شبکه‌های عصبی هاپفیلد و ماشین بولتزمن برای یافتن بهترین مشخصه تفاضلی، به‌طور اجمالی معرفی می‌شود. در بخش۳، مدل بازنمایی عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای و نحوه به‌کارگیری شبکه‌های عصبی در تعیین مسیر چند- شعبه مناسب در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز تشریح می‌شود. در بخشهای ۴ و ۵ مشخصه‌های تفاضلی به‌دست آمده برای الگوریتم رمز سرپنت با به‌کارگیری شبکه هاپفیلد و ماشین بولتزمن بیان می‌شود. در بخش۶، با توجه به نتایج به‌دست آمده، کارایی به‌کارگیری شبکه هاپفیلد و ماشین بولتزمن با یکدیگر مقایسه و پیشنهادهایی برای ادامه پژوهش مطرح می‌شود.

۲- معرفی سرپنت

سرپنت یک شبکه جانشینی-جایگشتی با اندازه قطعه ورودی/خروجی ۱۲۸ بیت و اندازه کلید از ۱۲۸ تا ۲۵۶

بیت است [۶]. ساختار رمز بخشهای جایگشت اولیه، ۳۲ بار تکرار تابع دور و جایگشت نهایی را دارد. در این الگوریتم از هشت تابع جانشینی با ورودی و خروجی ۴ بیتی، که مطابق جدول ۱ با S_0 تا S_7 مشخص می‌شوند، استفاده شده است. در تابع دور iام، $i \in \{0, \ldots, 31\}$، فقط از تکرار یک تابع جانشینی مشخص استفاده می‌شود که شماره آن (j) برطبق رابطه(۱) تعیین می‌شود :

$$j = i \bmod 8, \quad i \in \{0, \ldots, 31\} \qquad (1)$$

جدول۱ توابع جانشینی به‌کار رفته در الگوریتم رمز سرپنت

شماره ورودی / تابع جانشینی	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	A	B	C	D	E	F
۰	۳	۸	F	۱	A	۶	۵	B	E	D	۴	۲	۷	۰	۹	C
۱	F	C	۲	۷	۹	۰	۵	A	۱	B	E	۸	۶	D	۳	۴
۲	۸	۶	۷	۹	۳	C	A	F	D	۱	E	۴	۰	B	۵	۲
۳	۰	F	B	۸	C	۹	۶	۳	D	۱	۲	۴	A	۷	۵	E
۴	۱	F	۸	۳	C	۰	B	۶	۲	۵	۴	A	۹	E	۷	D
۵	F	۵	۲	B	۴	A	۹	C	۰	۳	۶	۸	D	۸	E	۱
۶	۷	۲	C	۵	۸	۴	۶	B	E	۹	۱	۰	۳	D	A	۰
۷	۱	D	F	۰	E	۸	۲	B	۷	۴	۳	۹	۶	۳	۵	۶

در تابع دور iام، $i \in \{0, \ldots, 31\}$ ، ابتدا ورودی $B^{\wedge}_i$ با کلید $K^{\wedge}_i$ تحت عمل XOR ترکیب شده و سپس ۳۲ تابع جانشینی مشابه به‌طور موازی به آن اعمال می‌شود. به‌عنوان مثال در تابع دور اول فقط از ۳۲ بار تکرار موازی S_0 استفاده می‌شود. آنگاه بردار میانی با استفاده از تبدیل خطی تغییر یافته و $B^{\wedge}_1$ را تولید می‌کند. به‌طور مشابه تابع دور دوم نیز ۳۲ نسخه موازی S_1 روی $(B^{\wedge}_1 \oplus K^{\wedge}_1)$ اعمال شده و بردار میانی حاصل، با اعمال تبدیل خطی بر روی خروجی $B^{\wedge}_2$ تبدیل می‌شود. دور آخر اندکی با بقیه تفاوت دارد، به‌طوری‌که ابتدا S_7 بر روی $(B^{\wedge}_{31} \oplus K^{\wedge}_{31})$ اعمال شده و سپس به‌جای اعمال تبدیل خطی بر بردار میانی حاصل، آن تحت عمل XOR با $K^{\wedge}_{32}$ ترکیب و $B^{\wedge}_{32}$ را تولید می‌کند.

۳- بیان مسأله در قالب شبکه عصبی

در [۱] برای یافتن مشخصه تفاضلی مناسب به‌منظور طراحی حمله مبتنی بر تحلیل تفاضلی، مدل بازنمایی عملکرد تفاضلی الگوریتم‌های رمز قطعه‌ای ارائه شد. در این مدل هریک از اجزای الگوریتم رمز توسط یک گراف جهتدار وزندار نمایش داده می‌شود. از ترکیب گرافهای متناظر با هر یک از اجزای الگوریتم رمز قطعه‌ای، یک گراف جهتدار وزندار به‌دست می‌آید. درنتیجه، برای یافتن مشخصه تفاضلی k دوری، یک گراف $2k$ سطحی به‌دست آمده و مسأله یافتن بهترین مشخصه برای این الگوریتم رمز، معادل با یافتن یک مسیر چند- شعبه از گره آغازی به گره پایانی در این گراف است؛ به‌طوری‌که جمع مسیرهای آن کمترین مقدار ممکن باشد. در [۵،۴،۱] شیوه بهینه‌سازی اجتماع مورچگان برای یافتن بهترین مسیر چند- شعبه در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای به‌کار رفت.

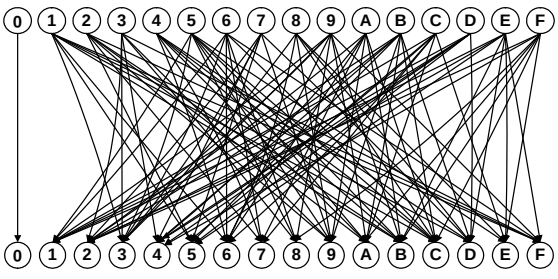
بهینه‌سازی با شبکه‌های عصبی برای حل مسائل متعدد و متنوعی از جمله جایگذاری قطعات در طراحی VLSI [۸،۷]، n وزیر [۹]، خوشه بندی [۱۰-۱۲]، برش و بسته‌بندی [۱۴،۱۳]، افراز گراف [۱۵]، رنگ آمیزی گراف [۱۶-۱۹] ، مسیریابی ترافیک شبکه [۲۰]، یافتن کوتاهترین مسیر[۲۱-۲۶] و فروشنده دوره‌گرد [۲۷-۳۱] به‌کار رفته است.

دراین مقاله یک شبکه عصبی بازگشتی برای یافتن بهترین مسیر چند- شعبه در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای معرفی شده و شبکه‌های عصبی هاپفیلد و ماشین بولتزمن برای یافتن بهترین مسیر چند- شعبه در این گراف به‌کار می‌رود. برای این منظور، شبکه عصبی معادل با هر تابع جانشینی - که براساس آن شبکه عصبی معادل هر تعداد دور از الگوریتم رمز قابل بیان است - تعریف شده است. در این شبکه عصبی طول هر مسیر در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای، توسط تابع هزینه مشخص می‌شود. بنابراین برای

یافتن مسیر چند- شعبه مناسب در گراف مربوط، لازم است تابع هزینه در شبکه عصبی معادل آن حداقل شود. در ادامه این بخش ابتدا مدل بازنمایی عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای را به اختصار معرفی و سپس شبکه عصبی معادل توابع جانشینی و نحوه ارائه شبکه عصبی معادل با هر تعداد دور از الگوریتم رمز را مطرح می‌کنیم.

۳-۱- مدل بازنمایی عملکرد تفاضلی رمز قطعه‌ای

معرفی کامل این مدل در [۱] آمده است. در این مدل توزیع تفاضلات ورودی/خروجی در هر تابع جانشینی توسط یک گراف جهت‌دار وزندار دوبخشی $G(V,E,W)$ با 2^m+2^n گره بیان می‌شود، که m و n به‌ترتیب اندازه ورودی و خروجی تابع جانشینی است. 2^m گره به‌عنوان گره‌های آغازی که با اندیس‌های دودویی ۰ تا 2^m-1 نامگذاری می‌شود و 2^n گره به‌عنوان گره‌های پایانی که با اندیس‌های دودویی ۰ تا 2^n-1 نامگذاری می‌شود. یالهای این گراف بر اساس جدول توزیع تفاضلات تعیین می‌شود و وزن هر یال برابر منهای لگاریتم مقدار متناظر با آن در جدول توزیع تفاضلات در مبنای ۲ است. به بیان دیگر اگر مقدار متناظر با یال (X,Y) در جدول توزیع تفاضلات برابر p باشد، وزن این یال $W_{X,Y} = -\mathrm{Log}_2(p)$ خواهد بود. برای مثال نمایش عملکرد تفاضلی تابع جانشینی Sbox3 در الگوریتم رمز سرپنت به‌صورت شکل ۱ است، که در آن وزن یال‌ها نشان داده نشده است.



شکل ۱ نمایش عملکرد تفاضلی Sbox3 در الگوریتم رمز سرپنت

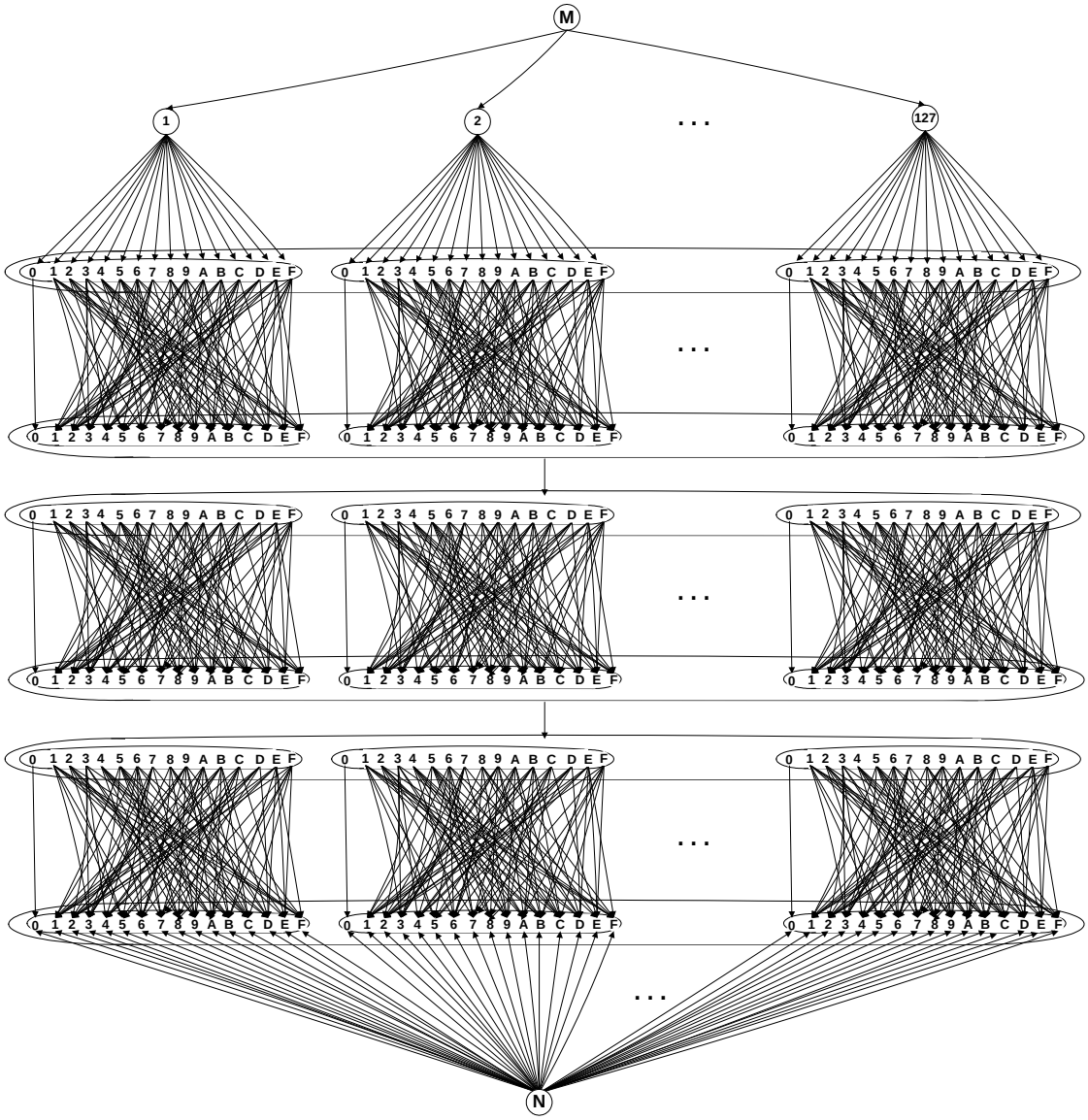
در این مدل، در نمودار جریان داده الگوریتم رمز به جای هر یک از اجزای آن، گراف‌های معادل آنها را قرار می‌دهیم. درنتیجه الگوریتم رمز به یک گراف جهتدار وزندار چند سطحی تبدیل خواهد شد.

ملاحظه می‌شود که به‌کارگیری این مدل برای یافتن مشخصه k دوری در هر الگوریتم رمز قطعه‌ای با ساختار جانشینی- جایگشتی یک گراف $2k+3$ سطحی خواهیم داشت. برای مثال بازنمایی عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای سرپنت سه دوری مطابق شکل۲ خواهد بود. دراین شکل پیکان‌های پررنگ، بیانگر تبدیل خطی است که نوعی نگاشت ثابت است.

فرض کنید M و N به‌ترتیب گره‌های آغازی و پایانی در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای باشد. متناظر با هر یال خروجی گره M می‌توان مسیرهای مختلفی را از گره M تا گره N درنظر گرفت. اگر $\mathrm{path}_i(M,N)$ یک مسیر دلخواه از گره M به گره N و شامل یال خروجی iام گره M باشد، مجموعه $\left\{\mathrm{path}_i(M,N) \;\middle|\; 1 \le i \le \mathrm{Outdegree}_M\right\}$ را یک مسیر چند- شعبه از گره M به گره N تعریف می‌کنیم. وزن هر مسیر چند- شعبه را برابر با وزن تمام مسیرهای آن درنظر می‌گیریم. هر مسیر چند- شعبه در این گراف، معادل با یک مشخصه تفاضلی از الگوریتم رمز بوده و مسیر چند- شعبه با حداقل وزن، معادل با مشخصه تفاضلی با حداکثر احتمال است. بنابراین یافتن بهترین مشخصه برای الگوریتم رمز، معادل با یافتن مسیری چند- شعبه با حداقل وزن از گره آغاز تا گره پایان در گراف نمایش عملکرد تفاضلی آن است.

۳-۲- شبکه عصبی بازگشتی معادل با توابع جانشینی

هر تابع جانشینی $S:\{0,1\}^m \rightarrow \{0,1\}^n \rightarrow R$ توسط یک شبکه بازگشتی حاوی $n+m$ نورون با مقدار دودویی معادل‌سازی می‌شود، که m نورون اول آن متناظر بیت‌های



شکل۲ بازنمایی عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای سرپنت سه دوری

تفاضل ورودی تابع جانشینی است و با I_i، $0 \le i \le m-1$، نشان داده می‌شود، و n نورون بعدی متناظر بیت‌های تفاضل خروجی تابع جانشینی می‌باشد و با O_i، که $0 \le i \le n-1$، نشان داده می‌شود. با توجه به مؤثر بودن هر بیت تفاضل ورودی Sbox در بیت‌های تفاضل خروجی آن و نیز موثر بودن هر بیت تفاضل خروجی Sbox در بیت‌های تفاضل ورودی آن، در این شبکه خروجی هر نورون به ورودی تمامی نورون‌های دیگر متصل است.

اگر نورون‌های I_j و O_k، $0 \le j \le m-1$ و $0 \le k \le n-1$ ، به‌ترتیب دارای مقادیر i_j و o_k باشند، تابع هزینه را به‌صورت رابطه(۲) تعریف می‌کنیم. که دراین رابطه، تابع $DD_S: \{0,1\}^m \times \{0,1\}^n \to R$ بیانگر توزیع تفاضلات ورودی/خروجی در تابع جانشینی S بوده و هر زوج تفاضل ورودی/خروجی $(X,Y) \in \{0,1\}^m \times \{0,1\}^n$ را به احتمال رخداد تفاضل خروجی Y تحت تابع جانشینی S با فرض تفاضل ورودی X می‌نگارد. بنابراین تابع هزینه

شبکه، معادل با تابع جانشینی S برای مقادیر دلخواه نورونها مطابق رابطه(۳) و به‌صورت زیر خواهد بود.

$$Cost_S : \{0,1\}^m \times \{0,1\}^n \to R$$

برای مثال، تابع جانشینی S_q $(0 \le q \le 7)$ به‌کار رفته در الگوریتم رمز سرپنت، یک تابع جانشینی ۴×۴ است،که تابع هزینه آن مطابق رابطه (۴) تعریف می‌شود.

۳-۳- شبکه عصبی معادل تعداد دور دلخواه از رمز جانشینی-جایگشتی

با به‌کارگیری این مدل برای یافتن مشخصه k دوری در الگوریتم رمز قطعه‌ای با ساختار جانشینی-جایگشتی و اندازه ورودی/خروجی n بیت، شبکه عصبی بازگشتی تک‌لایه با ۲×k×n نورون خواهیم داشت. برای سهولت در بیان توابع هزینه در شبکه حاصل، نورون‌ها را به‌صورت گروه‌هایی n تایی درنظر می‌گیریم به‌طوری‌که هر گروه n نورونی مربوط به ورودی/خروجی توابع جانشینی در یک مرحله باشد.

به‌بیان دقیق‌تر، گروه pام $(0 \le p \le 2k-1)$ را با بردار

$$\underline{N}_p = \left(N_{p\times n+n-1}, N_{p\times n+n-2}, N_{p\times n+n-3}, ..., N_{p\times n+1}, N_{p\times n}\right) \in \{0,1\}^n$$

نشان می‌دهیم که در آن N_ℓ بیانگر نورون ℓ ام است.

اگر p زوج باشد، بردار $\underline{N}_p$ نورون‌های متناظر ورودی تابع جانشینی دور rام است، که r = p/۲ و اگر p فرد باشد، بردار $\underline{N}_p$ نورون‌های متناظر خروجی تابع جانشینی دور r ام است، که $r = \lfloor p/2 \rfloor$.

برای مثال، شبکه عصبی لازم برای یافتن مشخصه تفاضلی k دوری در الگوریتم رمز قطعه‌ای سرپنت ۲۵۶k نورون داشته و تابع هزینه آن به‌شکل رابطه(۵) است، که درآن، $q = r \bmod 8$ است و تابع هزینه $Cost_{Sq}$ مطابق رابطه(۴) تعریف شده است.

$$Cost1_S\left(o_{n-1}, o_{n-2}, ..., o_1, o_0, i_{m-1}, i_{m-2}, ..., i_1, i_0\right) = -Log_2\left(DD_S\left(i_{m-1}\times 2^{m-1} + i_{m-2}\times 2^{m-2} + ... + i_1\times 2 + i_0 \ ,\ o_{n-1}\times 2^{n-1} + o_{n-2}\times 2^{n-2} + ... + o_1\times 2 + o_0\right)\right) \quad (۲)$$

$$Cost_S\left(O_{n-1}, O_{n-2}, ..., O_1, O_0, I_{m-1}, I_{m-2}, ..., I_1, I_0\right) = \quad (۳)$$

$$\sum_{o_{n-1}=0}^{1}\sum_{o_{n-2}=0}^{1}\cdots\sum_{o_1=0}^{1}\sum_{o_0=0}^{1}\sum_{i_{m-1}=0}^{1}\sum_{i_{m-2}=0}^{1}\cdots\sum_{i_1=0}^{1}\sum_{i_0=0}^{1}\left(\prod_{j=0}^{m-1}\left(1-i_j+\left(2\times i_j-1\right)\times I_j\right)\times \prod_{k=0}^{n-1}\left(1-o_k+\left(2\times o_k-1\right)\times O_k\right)\times Cost1_S\left(o_{n-1}, o_{n-2}, ..., o_1, o_0, i_{m-1}, i_{m-2}, ..., i_1, i_0\right)\right)$$

$$Cost_{Sq}\left(O_3, O_2, O_1, O_0, I_3, I_2, I_1, I_0\right) = \sum_{o_3=0}^{1}\sum_{o_2=0}^{1}\sum_{o_1=0}^{1}\sum_{o_0=0}^{1}\sum_{i_3=0}^{1}\sum_{i_2=0}^{1}\sum_{i_1=0}^{1}\sum_{i_0=0}^{1}\left(\prod_{j=0}^{m-1}\left(1-i_j+\left(2\times i_j-1\right)\times I_j\right)\times \prod_{k=0}^{3}\left(1-o_k+\left(2\times o_k-1\right)\times O_k\right)\times Cost1_{Sq}\left(o_3, o_2, o_1, o_0, i_3, i_2, i_1, i_0\right)\right) \quad (٤)$$

که :

$$Cost1_{Sq}\left(o_3, o_2, o_1, o_0, i_3, i_2, i_1, i_0\right) = -Log_2\left(DD_{Sq}\left(\left(i_3\times 2^3 + i_2\times 2^2 + i_1\times 2 + i_0\right),\ \left(o_3\times 2^3 + o_2\times 2^2 + o_1\times 2 + o_0\right)\right)\right)$$

$$Cost\left(Serpent, k\right) = \sum_{r=0}^{k-1}\sum_{j=0}^{31} Cost_{S_q}\left(N_{2r\times n+4j+3}, N_{2r\times n+4j+2}, N_{2r\times n+4j+1}, N_{2r\times n+4j}, N_{(2r+1)\times n+4j+3}, N_{(2r+1)\times n+4j+2}, N_{(2r+1)\times n+4j+1}, N_{(2r+1)\times n+4j}\right) \quad (۵)$$

٤- بهینه‌سازی با شبکه هاپفیلد

شبکه هاپفیلد یک شبکه عصبی انجمنی است که در سال ۱۹۸۲ ابداع شده است [۳۲]. در سال ۱۹۸۵، هاپفیلد و تانک این شبکه را توسعه داده و برای حل مسائل بهینه‌سازی به‌کار بردند [۳۳]. در این شبکه، نورون‌ها در رفتاری متقابل با یکدیگر در نوعی همبندی بازگشتی تابع هزینه را حداقل می‌کنند. شبکه هاپفیلد برای حل مسائل متنوع بهینه‌سازی ازجمله در [۷، ۸، ۱۰، ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۲، ۲۴، ۲۸، ۲۹، ۳۴-۴۱] به‌کار برده شده است. در این بخش این شبکه برای تعیین بهترین مشخصه تفاضلی به‌کار رفته است، که برای این منظور تابع هزینه تعریف شده در بخش قبل حداقل می‌شود.

٤-١- الگوریتم آموزش شبکه هاپفیلد

برای یافتن جواب بهینه تابع هزینه بالا، از بهینه سازی با شبکه هاپفیلد طبق الگوریتم زیر استفاده شد.

۱. مقداردهی اولیه نورون‌ها : مقدار نورون‌های متناظر با تفاضل دور میانی توسط تحلیلگر تعیین و مقدار سایر نورون‌ها با توجه به حالات ممکن در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز سرپنت، به‌طور دلخواه[1] مشخص می‌شود.
۲. انتخاب یک نورون به‌طور دلخواه و و تغییر مقدار آن.
۳. تنظیم سایر نورون‌ها براساس تغییر جدید: این تنظیم با توجه به رابطه تبدیل خطی بین نورون‌های متناظر با خروجی توابع جانشینی در یک دور و نورون‌های متناظر با ورودی توابع جانشینی در دور بعد انجام می‌شود.
۴. محاسبه مقدار تابع هزینه با توجه به تغییر انجام شده.
۵. پذیرش وضعیت جدید، درصورتی‌که مقدار تابع هزینه در وضعیت جدید کمتر از تابع هزینه در وضعیت قبلی باشد.
۶. بررسی شرط توقف و تکرار از گام ۲ درصورت عدم برقراری آن. شرط توقف، عدم تغییر مقدار نورون‌ها در یک تعداد تکرار متوالی از روند بهینه‌سازی است، که این تعداد به‌عنوان پارامتر کنترلی بهینه‌سازی عمل می‌کند و اگر عدد بزرگتری درنظر گرفته شود، جواب بهتری حاصل خواهد شد.

٤-٢- مشخصه‌های تفاضلی به‌دست آمده برای الگوریتم رمز سرپنت

الگوریتم بهینه‌سازی تشریح شده در بخش قبل به‌منظور یافتن مشخصه‌های ۴، ۵ و ۶ دوری از الگوریتم رمز سرپنت به‌کار برده شده برای یافتن بهترین جواب، الگوریتم بهینه‌سازی ۱۰۰ مرتبه برای هریک از موارد مورد بررسی تکرار و بهترین جواب انتخاب شد. مقدار تفاضل ورودی دور میانی، بر اساس تحلیل‌های تفاضلی منتشر شده از این الگوریتم رمز در [۴۲-۴۴] تعیین شده است، تا مشخصه‌های تفاضلی حاصل از روش پیشنهادی در این مقاله را از نظر احتمال آنها، بتوان با نتایج منتشر شده در مقالات دیگر مقایسه کرد.

سه مشخصه ۴ دوری در [۴۲-۴۴] ارائه شده است. مشخصه‌های ارائه شده در مقالات [۴۳،۴۲] مربوط به دورهای اول تا چهارم بوده و به‌ترتیب Sbox چهارم و Sbox دوم در دور سوم آنها فعال درنظرگرفته شده است. مشخصه ارائه شده در [۴۴] مربوط به دور ششم تا نهم است، که Sbox ششم از دور هشتم در آن فعال است. مقدار ورودی تابع جانشینی فعال در هر سه مشخصه فوق مقدار ۴ بوده و احتمال این سه مشخصه در مقالات مذکور به‌ترتیب 2^{-29}، 2^{-31} و 2^{-34} گزارش شده است. مشخصه‌های به‌دست آمده با به‌کارگیری شبکه هاپفیلد، برای دورهای ذکرشده در فوق و با همان شماره و ورودی Sbox فعال در دور میانی (مشابه موارد بالا)، در جداول ۲، ۳ و ۴ آورده شده است. این سه مشخصه به‌ترتیب دارای احتمال 2^{-29}، 2^{-29} و 2^{-32} هستند.

1- Random

جدول۲ مشخصه تفاضلی چهار دوری از رمز سرپنت به‌دست آمده با هاپفیلد (تابع جانشینی چهارم از دور سوم فعال است)

شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	ورودی	00D0000000000000CA00300D0000000000	2^{-11}
	خروجی	00200000000000001A00E004000000000	
۲	ورودی	00000000000000000000000000400500	2^{-5}
	خروجی	00000000000000000000000000A00400	
۳	ورودی	00004000000000000000000000000000	2^{-3}
	خروجی	0000A0000000000000000000000000000	
۴	ورودی	00020004000000000000000010000810	2^{-10}
	خروجی	00060003000000000000000070000C70	
		احتمال کل مشخصه	2^{-29}

جدول۳ مشخصه تفاضلی چهار دوری از رمز سرپنت به‌دست آمده با هاپفیلد (تابع جانشینی دوم از دور سوم فعال است)

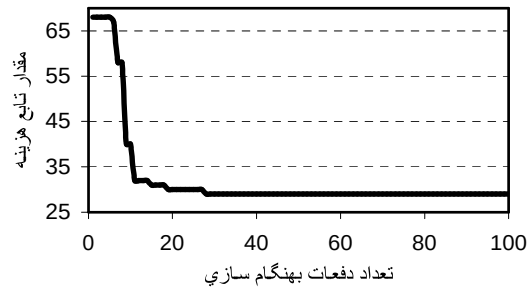
شماره دور	تفاضل ورودی/خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	ورودی	D0000000000000CA00800900000000000	2^{-11}
	خروجی	20000000000001A00E00400000000000	
۲	ورودی	00000000000000000000000040050000	2^{-5}
	خروجی	00000000000000000000000A0040000	
۳	ورودی	00400000000000000000000000000000	2^{-3}
	خروجی	00A0000000000000000000000000000	
۴	ورودی	02000400000000000000001000081000	2^{-10}
	خروجی	06000300000000000000E0000C7000	
		احتمال کل مشخصه	2^{-29}

جدول۴ مشخصه تفاضلی چهار دوری از رمز سرپنت به‌دست آمده با هاپفیلد (تابع جانشینی ششم از دور هشتم فعال است)

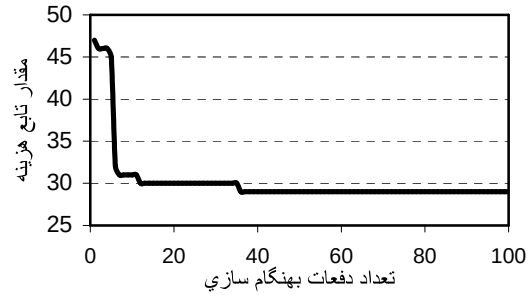
شماره دور	تفاضل ورودی/خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۶	ورودی	0400700000000006006000D0060000000	2^{-12}
	خروجی	0A0020000000001001000A0040000000	
۷	ورودی	00000000000000000000000000001005	2^{-5}
	خروجی	0000000000000000000000000000A004	
۸	ورودی	00000040000000000000000000000000	2^{-2}
	خروجی	000000A0000000000000000000000000	
۹	ورودی	10000200040000000000000000100008	2^{-13}
	خروجی	F0000C0006000000000000000050000F	
		احتمال کل مشخصه	2^{-32}

روند تغییرات مقدار تابع هزینه تا رسیدن به همگرایی در هر یک از این سه مشخصه، به‌ترتیب در شکل‌های ۳، ۴ و ۵ آورده شده است.

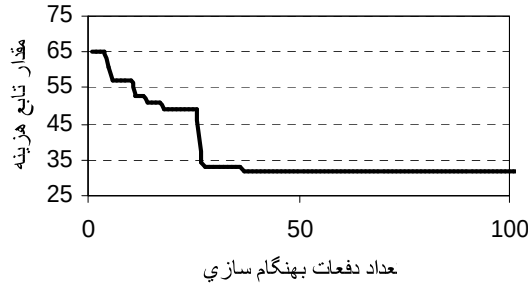
در هر یک از این سه مورد، در تمامی ۱۰۰ بار تکرار بهینه‌سازی، جواب مطلوب به‌دست آمده و در هیچ یک از تکرارها، در بهینه محلی جا نمانده است.



شکل۳ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۲ تا رسیدن به همگرایی



شکل ۴ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۳ تا رسیدن به همگرایی



شکل ۵ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۴ تا رسیدن به همگرایی

چهار مشخصه ۵ دوری در [۴۲-۴۴] ارائه شده است. مشخصه ارائه شده در[۴۲] و یک مشخصه در[۴۴] مربوط به دور پنجم تا نهم بوده و Sbox ششم از دور هشتم در آنها فعال درنظرگرفته شده است. احتمال این دو مشخصه

در [۴۴،۴۲] به‌ترتیب 2^{-60} و 2^{-61} گزارش شده است. مشخصه ارائه شده در [۴۳] و یک مشخصه در [۴۴] مربوط به دور اول تا پنجم بوده و Sbox دوم از دور سوم در آنها فعال درنظرگرفته شده است. احتمال این دو مشخصه در [۴۴،۴۳] به‌ترتیب 2^{-80} و 2^{-67} گزارش شده است. مقدار ورودی تابع جانشینی فعال در همه مشخصه‌های فوق برابر ۴ بوده است. مشخصه‌های به‌دست آمده با شبکه هاپفیلد در این مقاله، برای دورهای ذکرشده در فوق و با همان شماره و ورودی Sbox فعال در دور میانی (مشابه موارد بالا)، به‌ترتیب در جداول ۵ و ۶ آورده شده است.

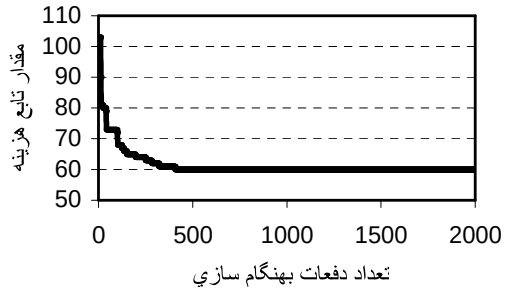
جدول۵ مشخصه تفاضلی دورهای پنجم تا نهم از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با شبکه هاپفیلد

شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۵	ورودی	00000A04009000000F00F00500C901B7	2^{-26}
	خروجی	0000030B005000000C00400200450618	
۶	ورودی	0400E000000000C00C00010090000000	2^{-14}
	خروجی	0A00200000000001001000A0040000000	
۷	ورودی	00000000000000000000000000001005	2^{-5}
	خروجی	00000000000000000000000000000A004	
۸	ورودی	00000040000000000000000000000000	2^{-2}
	خروجی	000000A0000000000000000000000000	
۹	ورودی	10000200040000000000000000100008	2^{-13}
	خروجی	F0000C0006000000000000000050000F	
	احتمال کل مشخصه		2^{-60}

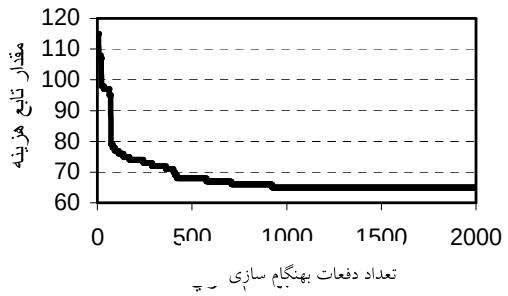
جدول ۶ مشخصه تفاضلی دورهای اول تا پنجم از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با شبکه هاپفیلد

شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	ورودی	D0000000000000CA00800900000000000	2^{-11}
	خروجی	20000000000001a00e00400000000000	
۲	ورودی	00000000000000000000000040050000	2^{-5}
	خروجی	00000000000000000000000a0040000	
۳	ورودی	00400000000000000000000000000000	2^{-3}
	خروجی	00A00000000000000000000000000000	
۴	ورودی	02000400000000000000001000081000	2^{-13}
	خروجی	03000300000000000000A0000CB000	
۵	ورودی	30402900008010bc0c03ca5004070005	2^{-33}
	خروجی	80B0D50000C060B4040848E00B08000F	
	احتمال کل مشخصه		2^{-65}

این دو مشخصه به‌ترتیب دارای احتمال 2^{-60} و 2^{-65} می‌باشند. روند تغییرات مقدار تابع هزینه تا رسیدن به همگرایی در هر یک از موارد فوق به‌ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ آمده است. در دو مورد فوق، از میان ۱۰۰ بار تکرار بهینه‌سازی به‌ترتیب ۲۰ و ۱۸ مرتبه جواب مطلوب به‌دست آمده و در بقیه دفعات تکرار، روند بهینه‌سازی در بهینه محلی افتاده است.



شکل ۶ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۵ تا رسیدن به همگرایی

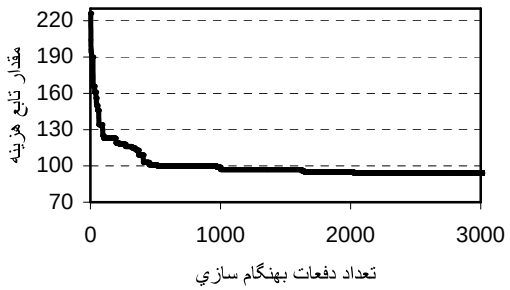


شکل ۷ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۶ تا رسیدن به همگرایی

مشخصه ۶ دوری ارائه شده در [۴۴] مربوط به دور اول تا ششم است که Sbox پانزدهم از دور چهارم در آن فعال بوده و مقدار ورودی ۴ برای آن درنظرگرفته شده است. احتمال این مشخصه برابر 2^{-97} است. مشخصه به‌دست آمده با شبکه هاپفیلد مطابق جدول ۷ است، که احتمال 2^{-94} دارد. روند تغییرات تابع هزینه تا رسیدن به همگرایی در مشخصه فوق در شکل ۸ آورده شده است. از میان ۱۰۰ تکرار بهینه‌سازی برای یافتن مشخصه فوق، فقط یک بار جواب مطلوب به‌دست آمده و در سایر دفعات ، روند بهینه‌سازی در بهینه محلی گیر افتاده است.

جدول ۷ مشخصه تفاضلی شش دوری از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با شبکه هاپفیلد

شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	ورودی	0C800900A0DDD0D00DE040000000000E	$۲^{-۲۴}$
	خروجی	01e0040040222040028060000000008	
۲	ورودی	0400B000460A0005000000000000400A0	$۲^{-۲۱}$
	خروجی	0a004000a2040008000000000000a0040	
۳	ورودی	00000400A0000000000000000000000000	$۲^{-۶}$
	خروجی	00000a0040000000000000000000000000	
۴	ورودی	00000000000000040000000000000000	$۲^{-۲}$
	خروجی	00000000000000030000000000000000	
۵	ورودی	02000000010000200400000000001100	$۲^{-۱۷}$
	خروجی	0A000000030000A0050000000000006A00	
۶	ورودی	60070000200400000101008060052015	$۲^{-۲۴}$
	خروجی	10020000F00F00000E0E00B01003F0E3	
		احتمال کل مشخصه	$۲^{-۹۴}$



شکل ۸ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۷ تا رسیدن به همگرایی

جدول ۸ میزان کارایی یعنی کمترین تعداد تکرار بهنگام سازی شبکه هاپفیلد تا رسیدن به همگرایی در هر یک از موارد بررسی شده و نیز میزان کارامدی یعنی تعداد دفعات همگرا شدن به جواب مطلوب از میان ۱۰۰ تکرار روند بهینه‌سازی در هرمورد را نشان می‌دهد. چنانچه ملاحظه می‌شود، کارایی و کارامدی شبکه در یافتن مشخصه‌های ۴ دوری الگوریتم رمز سرپنت بسیار بالا است، به‌طوری‌که با کمتر از ۴۰ بار بهنگام سازی، شبکه جواب بهینه به‌دست می‌آید و ازطرفی در هیچ‌یک از ۱۰۰ تکرار، روند بهینه‌سازی در بهینه محلی جا نمانده است. اما با افزایش تعداد دور مشخصه، کارایی و کارامدی شبکه هاپفیلد کاهش می‌یابد، به‌طوری‌که در تعیین مشخصه ۶ دوری، فقط یک جواب بهینه به‌دست می‌آید، که برای حصول آن بیش از ۲۰۰۰ بار بهنگام سازی شبکه عصبی لازم است.

جدول ۸ کارایی و کارامدی شبکه هاپفیلد در تعیین مشخصه‌های تفاضلی در الگوریتم رمز سرپنت

شماره جدول	تعداد دور	تعداد تکرار بهنگام سازی تا رسیدن به همگرایی	تعداد دفعات همگرایی به جواب مطلوب
۲	۴	۲۸	۱۰۰
۳		۳۶	۱۰۰
۴		۳۷	۱۰۰
۵	۵	۴۰۸	۲۰
۶		۹۲۲	۱۸
۷	۶	۲۰۲۵	۱

۵- بهینه‌سازی با ماشین بولتزمن

برای رفع مشکل شبکه هاپفیلد و فرار از بهینه‌های محلی راه حل‌های متعددی ارائه شده که به دو دسته کلی راه‌حل‌های قطعی[۱] و اتفاقی[۲] تقسیم بندی می‌شوند. چند راه‌حل اتفاقی در ماشین بولتزمن[۳] [۴۵،۲۱]، شبکه‌های آشوبی[۴] [۴۷،۴۶] و ماشین گاوس[۵] [۴۸] دیده می‌شود. دراین بخش از ماشین بولتزمن استفاده شده که در آن از ایده تابکاری شبیه سازی شده[۶] در آموزش شبکه هاپفیلد استفاده می‌شود. این شبکه برای حل مسائل متنوع بهینه‌سازی ازجمله [۱۱-۴۹،۵۲] به‌کار برده شده است.

۵-۱- الگوریتم آموزش ماشین بولتزمن

برای یافتن جواب بهینه برای تابع هزینه فوق از بهینه‌سازی با ماشین بولتزمن بر طبق الگوریتم زیر استفاده شد:

۱. مقداردهی اولیه دمای بهینه‌سازی $T = T_0$

1- Deterministic
2- Stochastic
3- Boltzmann Machine
4- Cauchy
5- Gaussian Machine
6- Simulated Annealing

۲. مقداردهی اولیه نورون‌ها : مقدار نورون‌های متناظر با تفاضل دور میانی توسط تحلیلگر تعیین و مقدار سایر نورون‌ها با توجه به حالات ممکن در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز سرپنت به‌طور دلخواه مشخص می‌شود.

۳. تکرار گامهای ۴ تا ۷ برای n مرتبه

۴. انتخاب یک نورون دلخواه و تغییر مقدار آن.

۵. تنظیم سایر نورون‌ها براساس تغییر جدید: این تنظیم با توجه به رابطه تبدیل خطی بین نورون‌های متناظر با خروجی توابع جانشینی در یک دور و نورون‌های متناظر با ورودی توابع جانشینی در دور بعد انجام می‌شود.

۶. محاسبه مقدار تابع هزینه با توجه به تغییر انجام شده.

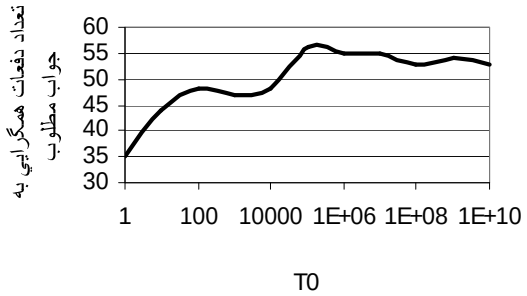
۷. پذیرش وضعیت جدید، در صورتی‌که رابطه $Pr < \frac{1}{1+\exp\left(-\Delta E / T\right)}$ برقرار باشد، که ΔE میزان تغییر مقدار تابع هزینه درصورت پذیرش مقدار جدید و Pr عددی در فاصله صفر و یک است، که به‌طور تصادفی تولید می‌شود.

۸. تغییر دمای بهینه‌سازی با ضریب d: $T=d\times T$

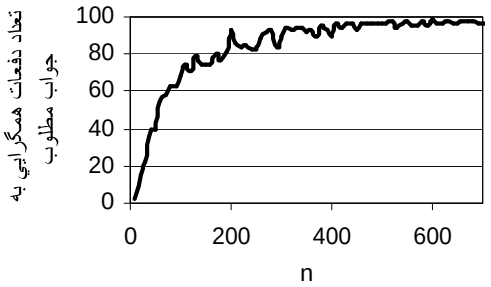
۹. بررسی شرط توقف و تکرار از گام ۳ درصورت عدم برقراری آن. شرط توقف عبارت است از اینکه در سه دمای متوالی روند بهینه‌سازی، نسبت دفعات پذیرش تغییر مقدار نورون‌ها به کل دفعات بهنگام سازی شبکه در یک دما کمتر از k باشد.

۵-۲- بررسی پارامترها

در شبکه فوق پارامترهای T_0، n، d و k پارامترهای کنترلی بهینه‌سازی هستند که باید به نحو مطلوبی تعیین شوند. در ادامه، ابتدا به‌ترتیب مقادیر ۱۰۰۰، ۱۰۰، ۰/۹ و ۰/۱۵ را برای این پارامترها درنظرگرفته و سپس با بررسی مقادیر مختلف برای هر یک از آنها، مقدار مطلوب برای آن پارامتر تعیین می‌شود. متناظر با هر دسته از مقادیر انتخابی برای پارامترها، روند بهینه‌سازی یکصد بار برای یافتن مشخصه ۵ دوری تکرار شده و تعداد دفعاتی که جواب مطلوب به‌دست آمده، شمارش شده است. نمودار تأثیر تغییر هریک از پارامترها، براساس نتایج حاصل از بررسیهای انجام شده، در شکلهای ۹ تا ۱۲ آورده شده است. این بررسی نشان می‌دهد که بهترین مقدار برای پارامترهای T_0، n، d و k به‌ترتیب مقادیر ۱۰۰۰۰۰، ۵۰۰، ۰/۹۴ و ۰/۱۰ است.



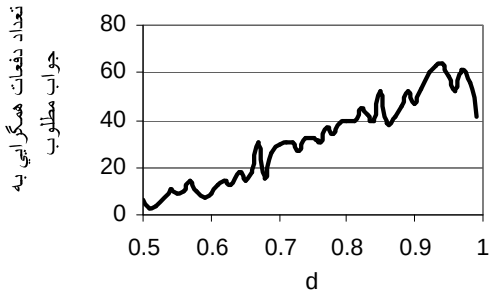
شکل۹ نمودار تغییرات تعداد دفعات همگرایی شبکه عصبی به جواب مطلوب در اثر تغییر پارامتر T_0



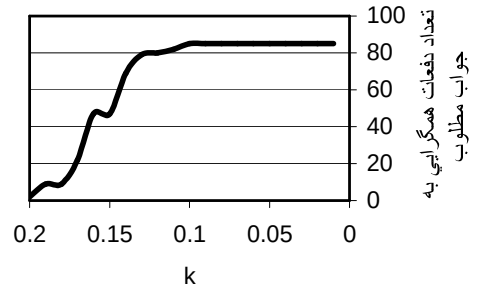
شکل۱۰ نمودار تغییرات تعداد دفعات همگرایی شبکه عصبی به جواب مطلوب در اثر تغییر پارامتر n

۵-۳- مشخصه‌های تفاضلی به‌دست آمده برای الگوریتم رمز سرپنت با شبکه بولتزمن

الگوریتم بهینه‌سازی تشریح شده در بخش قبل به منظور یافتن مشخصه‌های ۴، ۵ و ۶ دوری از الگوریتم رمز سرپنت به‌کار برده شد.



شکل ۱۱ نمودار تغییرات تعداد دفعات همگرایی شبکه عصبی به جواب مطلوب در اثر تغییر پارامتر d



شکل ۱۲ نمودار تغییرات تعداد دفعات همگرایی شبکه عصبی به جواب مطلوب در اثر تغییر پارامتر k

برای یافتن بهترین جواب، الگوریتم بهینه‌سازی ۱۰۰ مرتبه برای هریک از موارد مورد بررسی تکرار و بهترین جواب انتخاب شد. به هدف امکانپذیری مقایسه کارایی ماشین بولتزمن با شبکه هاپفیلد، مقدار تفاضل ورودی دور میانی و شماره و مقدار تابع جانشینی فعال در این دور- مانند آنچه در بخش ۴-۲ ذکر شد- بر اساس آنچه در تحلیلهای تفاضلی منتشر شده از الگوریتم رمز سرپنت در [۴۲-۴۴] است، تعیین شد.

سه مشخصه ۴ دوری به‌دست آمده با ماشین بولتزمن مطابق جداول ۹، ۱۰ و ۱۱ و به‌ترتیب دارای احتمال 2^{-29}، 2^{-29} و 2^{-32} است. روند تغییرات مقدار تابع هزینه تا رسیدن به همگرایی در هر یک از موارد فوق به‌ترتیب در شکلهای ۱۳، ۱۴ و ۱۵ آورده شده است. در هر یک از سه مورد فوق، تمامی ۱۰۰ بار تکرار بهینه‌سازی جواب مطلوب به‌دست آمده و در هیچ یک از تکرارها در بهینه محلی جا نمانده است.

جدول ۹ مشخصه تفاضلی چهار دوری از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با ماشین بولتزمن (تابع جانشینی چهارم از دور سوم فعال است)

شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	ورودی	00D0000000000000C6008009000000000	2^{-11}
	خروجی	00200000000000001A00E004000000000	
۲	ورودی	00000000000000000000000000400500	2^{-5}
	خروجی	00000000000000000000000000A00400	
۳	ورودی	00004000000000000000000000000000	2^{-3}
	خروجی	0000A0000000000000000000000000000	
۴	ورودی	00020004000000000000000010000810	2^{-10}
	خروجی	00060003000000000000000070000C70	
		احتمال کل مشخصه	2^{-29}

جدول ۱۰ مشخصه تفاضلی چهار دوری از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با ماشین بولتزمن (تابع جانشینی دوم از دور سوم فعال است)

شماره دور	تفاضل ورودی/خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	ورودی	D0000000000000F900700E000000000000	2^{-11}
	خروجی	200000000000001A00E004000000000000	
۲	ورودی	00000000000000000000000040050000	2^{-5}
	خروجی	00000000000000000000000A0040000	
۳	ورودی	00400000000000000000000000000000	2^{-3}
	خروجی	00A0000000000000000000000000000000	
۴	ورودی	02000400000000000000001000081000	2^{-10}
	خروجی	06000300000000000000070000C7000	
		احتمال کل مشخصه	2^{-29}

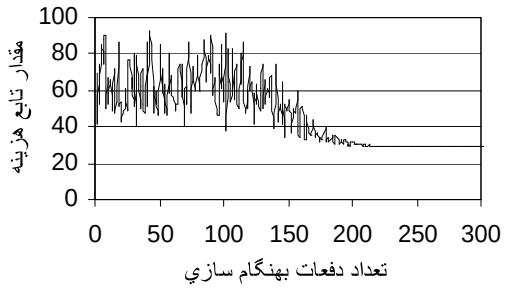
مشخصه‌های ۵ دوری به‌دست آمده با ماشین بولتزمن مطابق جداول ۱۲ و ۱۳ و به‌ترتیب دارای احتمال 2^{-60} و 2^{-65} است. روند تغییرات مقدار تابع هزینه تا رسیدن به همگرایی در هر یک از این دو مشخصه به‌ترتیب در شکلهای ۱۶ و ۱۷ آورده شده است. در دو مورد فوق، از میان ۱۰۰ بار تکرار بهینه‌سازی به‌ترتیب ۴۳ و ۹۹ مرتبه، جواب مطلوب به‌دست آمده است.

مشخصه ۶ دوری به‌دست آمده با ماشین بولتزمن مطابق جدول ۱۴ است، که احتمال 2^{-94} دارد. روند تغییرات مقدار تابع هزینه تا رسیدن به همگرایی در مشخصه فوق در شکل۱۸ آورده شده است. از میان ۱۰۰ تکرار بهینه‌سازی برای یافتن مشخصه فوق، ۳۰ مرتبه جواب

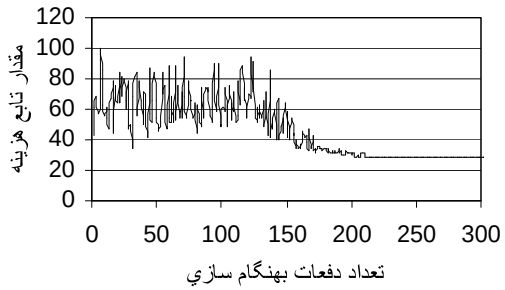
مطلوب به‌دست آمده است.

جدول ۱۱ مشخصه تفاضلی چهار دوری از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با ماشین بولتزمن (تابع جانشینی ششم از دور هشتم فعال است)

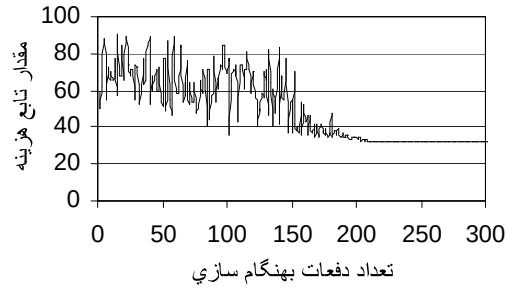
شماره دور	تفاضل ورودی/خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۶	0400A0000000006006000D0060000000	ورودی	$۲^{-۱۲}$
	0A0020000000001001000A0040000000	خروجی	
۷	00000000000000000000000000001005	ورودی	$۲^{-۵}$
	0000000000000000000000000000A004	خروجی	
۸	00000040000000000000000000000000	ورودی	$۲^{-۲}$
	000000A0000000000000000000000000	خروجی	
9	10000200040000000000000000100008	ورودی	$۲^{-۱۳}$
	3000030007000000000000000030000E	خروجی	
	احتمال کل مشخصه		$۲^{-۳۲}$



شکل ۱۳ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۹ تا رسیدن به همگرایی



شکل۱۴ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۱۰ تا رسیدن به همگرایی



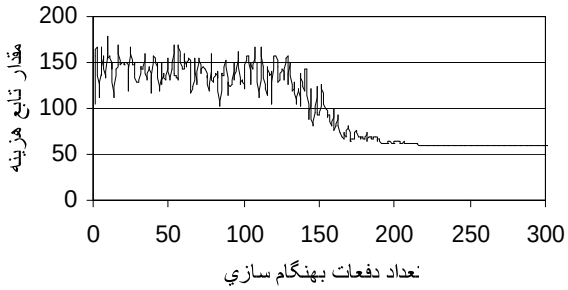
شکل ۱۵ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۱۱ تا رسیدن به همگرایی

جدول ۱۲ مشخصه تفاضلی دورهای پنجم تا نهم از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با ماشین بولتزمن

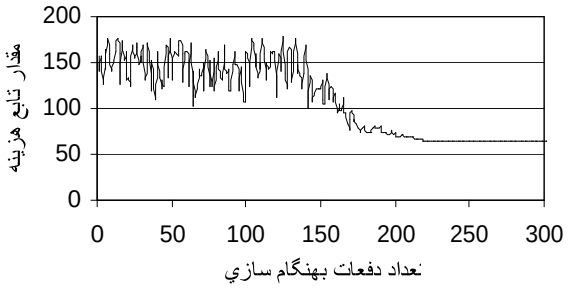
شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۵	0000070400900000800C00600C901B3	ورودی	$۲^{-۲۶}$
	0000030B005000000C00400200450618	خروجی	
۶	0400E000000000C00C00010090000000	ورودی	$۲^{-۱۴}$
	0A0020000000001001000A0040000000	خروجی	
۷	00000000000000000000000000001005	ورودی	$۲^{-۵}$
	0000000000000000000000000000A004	خروجی	
۸	00000040000000000000000000000000	ورودی	$۲^{-۲}$
	000000A0000000000000000000000000	خروجی	
۹	10000200040000000000000000100008	ورودی	$۲^{-۱۳}$
	900005000700000000000000030000E	خروجی	
	احتمال کل مشخصه		$۲^{-۶۰}$

جدول ۱۳ مشخصه تفاضلی دورهای اول تا پنجم از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با ماشین بولتزمن

شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	D0000000000000FA00F00A00000000000	ورودی	$۲^{-۱۱}$
	200000000000001a00e00400000000000	خروجی	
۲	00000000000000000000000040050000	ورودی	$۲^{-۵}$
	0000000000000000000000000a0040000	خروجی	
۳	00400000000000000000000000000000	ورودی	$۲^{-۳}$
	00A0000000000000000000000000000000	خروجی	
۴	02000400000000000000001000081000	ورودی	$۲^{-۱۳}$
	03000300000000000000000A0000CB000	خروجی	
۵	30402900008010bc0c03ca5004070005	ورودی	$۲^{-۳۳}$
	80B0E50000C060B4040841E00908000F	خروجی	
	احتمال کل مشخصه		$۲^{-۶۵}$



شکل۱۶ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۱۲ تا رسیدن به همگرایی

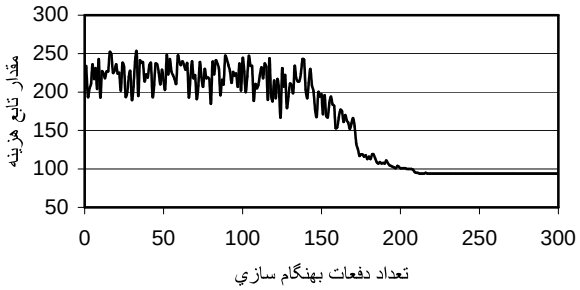


شکل۱۷ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۱۳ تا رسیدن به همگرایی

علاوه بر مشخصه‌های فوق یک مشخصه ۷ دوری با به‌کارگیری ماشین بولتزمن برای الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده است.

جدول ۱۴ مشخصه تفاضلی شش دوری از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با ماشین بولتزمن

شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	ورودی	0C30090090DDD0900DE0400000000E	$۲^{-۲۴}$
	خروجی	01e0040040222040028060000000008	
۲	ورودی	0400B000460A0005000000000000400A0	$۲^{-۲۱}$
	خروجی	0a004000a2040008000000000000a0040	
۳	ورودی	00000400A000000000000000000000000	$۲^{-۶}$
	خروجی	00000a004000000000000000000000000	
۴	ورودی	00000000000000040000000000000000	$۲^{-۲}$
	خروجی	00000000000000030000000000000000	
۵	ورودی	02000000010000200400000000001100	$۲^{-۱۷}$
	خروجی	0A000000030000B00500000000006A00	
۶	ورودی	400700002004000001010080600052015	$۲^{-۲۴}$
	خروجی	10020000700A00000E0E00B0900370E3	
	احتمال کل مشخصه		$۲^{-۹۴}$



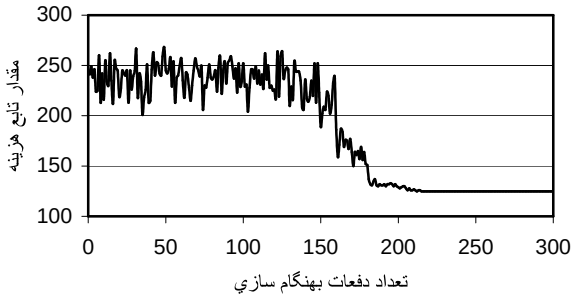
شکل ۱۸ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۱۴ تا رسیدن به همگرایی

این مشخصه مطابق جدول ۱۵ بوده و احتمال رخداد آن برابر $۲^{-۱۲۵}$ است. روند تغییرات مقدار تابع هزینه تا رسیدن به همگرایی در مشخصه فوق در شکل ۱۹ آورده شده است.

جدول ۱۵ مشخصه تفاضلی هفت دوری از الگوریتم رمز سرپنت به‌دست آمده با ماشین بولتزمن

شماره دور	تفاضل ورودی و خروجی توابع جانشینی در مشخصه یک دوری		احتمال
۱	ورودی	0C30090090DDD0900DE0400000000E	$۲^{-۲۴}$
	خروجی	01e0040040222040028060000000008	
۲	ورودی	0400B000460A0005000000000000400A0	$۲^{-۲۱}$
	خروجی	0a004000a2040008000000000000a0040	
۳	ورودی	00000400A000000000000000000000000	$۲^{-۶}$
	خروجی	00000a004000000000000000000000000	
۴	ورودی	00000000000000040000000000000000	$۲^{-۲}$
	خروجی	00000000000000030000000000000000	
۵	ورودی	02000000010000200400000000001100	$۲^{-۱۷}$
	خروجی	0A000000030000B00500000000006A00	
۶	ورودی	40070000200400000101008060043015	$۲^{-۳۳}$
	خروجی	A0040000B00300000A0A00C0100A8074	
۷	ورودی	0000055A009000090C00C10005260000	$۲^{-۲۲}$
	خروجی	0000044800500005 0E00E30004C20000	
	احتمال کل مشخصه		$۲^{-۱۲۵}$

جدول ۱۶ میزان کارایی و کارامدی روند بهینه‌سازی با ماشین بولتزمن را نشان می‌دهد. در تمام موارد با کمتر از ۳۰۰ تکرار در روند بهینه‌سازی، همگرایی حاصل می‌شود.



شکل ۱۹ تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی در مشخصه تفاضلی جدول ۱۵ تا رسیدن به همگرایی

چنانچه ملاحظه می‌شود علی‌رغم افزایش کارامدی روند بهینه‌سازی با به‌کارگیری ماشین بولتزمن نسبت به به‌کارگیری شبکه هاپفیلد، بازهم با افزایش تعداد دور مشخصه، کارایی شبکه عصبی کاهش می‌یابد.

جدول ۱۶ کارایی و کارامدی ماشین بولتزمن در تعیین مشخصه‌های تفاضلی در الگوریتم رمز سرپنت

شماره جدول	تعداد دور	تعداد تکرار بهنگام سازی تا رسیدن به همگرایی	تعداد دفعات همگرایی به جواب مطلوب
۹	۴	۲۱۷	۱۰۰
۱۰		۲۱۳	۱۰۰
۱۱		۲۰۹	۱۰۰
۱۲	۵	۲۱۶	۴۳
۱۳		۲۱۸	۹۹
۱۴	۶	۲۱۷	۳۰
۱۵	۷	۲۱۵	۲۴

٦- جمع‌بندی و پیشنهادها

در این تحقیق برای یافتن مشخصه تفاضلی با حداقل احتمال در الگوریتم رمز قطعه‌ای، گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای به‌کار رفت. با این نمایش، یافتن مشخصه تفاضلی با حداقل احتمال، معادل با یافتن کم‌وزن‌ترین مسیر چند- شعبه بین دو گره آغازی و پایانی در گراف حاصل است. همانطور که ملاحظه شد در طی این مقاله به دو سؤال مطرح شده در ابتدای مقاله پاسخ داده شد. اولا نحوه به‌کارگیری شبکه‌های عصبی هاپفیلد و ماشین بولتزمن برای یافتن بهترین مسیر چند- شعبه در گراف نمایش عملکرد تفاضلی ارائه و ثانیا با اعمال آن بر روی الگوریتم رمز قطعه‌ای سرپنت به‌عنوان رمز نمونه، کارایی و کارامدی آنها بررسی شد.

جدول ۱۷ کارایی و کارامدی روند بهینه‌سازی توسط شبکه هاپفیلد و ماشین بولتزمن را در هر یک از موارد بررسی شده نشان می‌دهد. با توجه به اینکه اعداد گزارش شده در جدول ۱۶، تعداد تکرار بدنه اصلی روند بهینه‌سازی ماشین بولتزمن تا رسیدن به همگرایی(تعداد دفعات تغییر دما) است، برای آنکه میزان کارایی در دو شبکه قابل مقایسه باشد، باید اعداد گزارش شده در جدول ۱۶ در تعداد دفعات بهنگام‌سازی در هر دما (۵۰۰) ضرب شود. چنانچه ملاحظه می‌شود استفاده از ایده تابه‌کاری شبیه سازی شده، باعث افزایش کارامدی شبکه عصبی می‌شود، اما کارایی در ماشین بولتزمن کاهش می‌یابد، به‌بیان دیگر پیچیدگی اجرای روند بهینه سازی با ماشین بولتزمن بیشتر از هاپفیلد است.

جدول ۱۷ مقایسه کارایی و کارامدی شبکه هاپفیلد و ماشین بولتزمن در تعیین مشخصه‌های تفاضلی در الگوریتم رمز سرپنت

تعداد دور مشخصه	تعداد تکرار بهنگام سازی تا رسیدن به همگرایی		تعداد دفعات همگرایی به جواب مطلوب	
	شبکه هاپفیلد	ماشین بولتزمن	شبکه هاپفیلد	ماشین بولتزمن
۴	۲۸	۱۰۸۵۰۰	۱۰۰	۱۰۰
	۳۶	۱۰۶۵۰۰	۱۰۰	۱۰۰
	۳۷	۱۰۴۵۰۰	۱۰۰	۱۰۰
۵	۴۰۸	۱۰۸۰۰۰	۲۰	۴۳
	۹۲۲	۱۰۹۰۰۰	۱۸	۹۹
۶	۲۰۲۵	۱۰۸۵۰۰	۱	۳۰
۷	___	۱۰۷۵۰۰	___	۲۴

از طرفی در جدول ۱۸ مشخصه‌های به‌دست آمده با شیوه پیشنهادی در این مقاله با مشخصه‌های گزارش شده در مقالات دیگر، از نظر احتمال رخداد آنها مقایسه شده

است. این مقایسه نشان می‌دهد که در شش مورد، نتایج ارائه شده در این مقاله بهتر از نتایج گزارش شده در سایر مقالات است و در دو مورد، احتمال مشخصه تفاضلی به‌دست آمده برابر با احتمال مشخصه‌های نظیر در مقالات دیگر است. همچنین با صرفنظر از مشخصه‌های بومرنگ گزارش شده از الگوریتم رمز سرپنت، مشخصه تفاضلی ۷ دوری با احتمال 2^{-125} به‌دست آمده در این مقاله، اولین مشخصه تفاضلی برای بیش از ۶ دور از این الگوریتم رمز است. نتایج به‌دست آمده در این مقاله در مقایسه با مشخصه‌های منتشر شده در مقالات دیگر، نشان دهنده کارایی شیوه پیشنهادی در این مقاله برای یافتن مشخصه تفاضلی مناسب است.

جدول۱۸ مقایسه مشخصه‌های تفاضلی به‌دست آمده از الگوریتم رمز سرپنت در این مقاله و دیگر مقالات منتشر شده

تعداد دور مشخصه	احتمال مشخصه به‌دست آمده در مقاله‌های دیگر	احتمال مشخصه به‌دست آمده در این مقاله
۴	2^{-31} [۴۳]	2^{-29}
	[۴۴] 2^{-34}	2^{-32}
	[۴۲] 2^{-29}	2^{-29}
۵	2^{-80} [۴۳]، [۴۴] 2^{-67}	2^{-65}
	[۴۲] 2^{-60} ، [۴۴] 2^{-61}	2^{-60}
۶	[۴۴] 2^{-97}	2^{-94}
۷	---	2^{-125}

پژوهش گزارش شده در این مقاله را از جنبه‌های مختلفی می‌توان ادامه داد که در زیر چند نمونه ذکر می‌شود:

۱- در این تحقیق مقادیر مناسب برای پارامترهای شبکه عصبی با انجام آزمایشهای مختلف تعیین شده است. با توسعه شبکه عصبی می‌توان بهترین مقادیر این پارامترها را در طی روند بهینه‌سازی به‌دست آورد.

۲- شیوه این تحقیق را برای یافتن مشخصه‌های مطلوب برای الگوریتم‌های رمز قطعه‌ای دیگر به‌کار برد.

۳- می‌توان شیوه‌های مختلف بهینه‌سازی هوشمند مانند الگوریتم‌های ژنتیک، اجتماع مورچگان، شبکه‌های عصبی و مانند آن را در یافتن مسیر چند- شعبه مناسب در گراف نمایش عملکرد تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای به‌کار برد و عملکرد آنها را از نظر کارایی و کارامدی مقایسه کرد.

۷- منابع

[۱] ع.قائمی بافقی، ب.صادقیان،"یک مدل بازنمایی عملکرد تفاضلی الگوریتم‌های رمز قطعه‌ای با ساختار جانشینی- جایگشتی"، نشریه علمی امیرکبیر، شماره آ-۵۸، ۱۳۸۳.

[۲] ع.قائمی بافقی،" تحلیل تفاضلی الگوریتم رمز قطعه‌ای سرپنت"، هفتمین کنفرانس سالانه انجمن کامپیوترایران، ۱۳۸۰.

[3] E.Biham and A.Shamir, “Differential Cryptanalysis of DES-like Cryptosystems”, *Advances in Cryptology-CRYPTO '90*, pp. 2-21, 1990

[4] A.Ghaemi Bafghi, B.Sadeghiyan, "Differential Model of Block Ciphers with Ant Colony Technique", *IST2003-2nd Biannual International Symposium on Telecommunication*, Iran,2003.

[5] A.Ghaemi Bafghi, B. Sadeghiyan, “Finding Suitable Differential Characteristics for Block Ciphers with Ant Colony Technique”, *9th IEEE Symposium on Computers and Communications*, 2004.

[6] R.Anderson, E.Biham, and L.Knudsen, “Serpent : A Proposal for the Advanced Encryption Standard”, *NIST Proposal*, 1998.

[7] K. Urahama and H. Nishiyuki, “Neural Algorithms for Placement Problems”, I*nternational Joint Conference on Neural Networks 3*, Nagoya, 2421–2424, 1993.

[8] H. Date, M. Seki, and T. Hayashi, "LSI Module Placement Using Neural Computation Networks", *International Joint Conference on Neural Networks 3*, San Diego, 831–836, 1990.

[9] G. A. Tagllaribi and E. W. Page, "Solving Constraint Satisfaction Problems with Neural Networks", I*EEE International Conference on Neural Networks 3*, 741–747, 1987.

[10] B. Kamgar-Parsi, J. A. Gualtieri, and J. E. Devaney, "Clustering with Neural Networks", *Biological Cybernetics 63*, 201–208, 1990.

[11] G. P. Babu and M. N. Murty, "Connectionist Approach for Clustering", *International Conference on Neural Networks 7*, 4661–4666, 1994.

[12] S. K. Chen, P. Mangimeli, and D. West, "The Comparative Ability of Self-Organizing Neural Networks to Define Cluster Structure",*Omega 23*, 271–279, 1995.

[13] A.Barami and C. Dagli, "Hybrid Intelligent Packing System (HIPS) Through Integration of Artificial Neural Networks", *Artificial Intelligence and Mathematical Programming, Applied Intelligence 4*, 321–336.

[14] Dai, J. Cha, W. Guo, and F. Wang, "A Heuristic-Based Neural Network for Packing Problems", *International Conference on Data and Knowledge Systems for Manufacturing and Engineering 2*, 698–703, 1994.

[15] T. Hameenanttila and J. D. Carothers, "A Hopfield Neural Network Solution to the TCM Partitioning Problem", *IEEE International Conference on Neural Networks 7*, 4676–4680, 1994.

[16] M. O. Berger, "k-Coloring Vertices Using a Neural Network with Convergence to Valid Solutions", *Proceedings International Conference on Neural Networks 7*, 1994.

[17] N. Fynabiki and Y. Takefuji, "A Neural Network Parallel Algorithm for Channel Assignment Problems in Cellular Radio Networks", I*EEE Transactions on Vehicular Technology 41*, 430-437, 1992.

[18] Y. Takifuji and K. C. Lee, "Artificial Neural Networks for Four-Coloring Map Problems and K-Colorability Problems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems 38*, 326–333, 1991.

[19] K. Smith and M. Palaniswami, "Static and Dynamic Channel Assignment Using Neural Networks", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 15, 238–249, 1997.

[20] D. D. Caviglia, G. M. Bisio, F. Curatelli, L. Giovannacci and L. Raffo, "Neural Algorithms for Cell Placement inVLSI Design", *IEEE International Joint Conference on Neural Networks* 1, 573–580, 1989.

[21] F. Arajo,B. Ribeiro,L. Rodrigues, "A Neural Network for Shortest Path Computation", I*EEE Transactions on Neural Networks*, 12(5) ,2001.

[22] S. G. Hong, S. W. Kim, and J. J. Lee, "The Minimum Cost Path Finding Algorithm Using a Hopfield Type Neural Network", Proceedings IEEE International Conference on Fuzzy Systems 4, 1719–1726, 1995.

[23] T.Haines, H.V. Medanic ,"A neural Network Shortest Path Algorithm", *IEEE International Semposium on Intelligent Contro*l ,1994.

[24] J. Wang, "A Recurrent Neural Network for Solving the Shortest Path Problem", I*EEE International Symposium Circuits and Systems* 6, 319–322, 1994.

[25] Y. Xia, J. Wang, "A Discrete-Time Recurrent Neural Network for Shortest-Path Routing", I*EEE Transactions on Automatic Control*, 45(11) ,2000.

[26] F. Zhang, X. Yin, "A Simulated Annealing Neural Network and Lanczos Inverse Approach for Impedance Inversion", University of Petroleum, China, 1998 SEG Expanded Abstracts

[27] L.I. Burke, "Adaptive Neural Networks for the Traveling Salesman Problem: Insights from Operations Research", *Neural Networks* 7, 681–690, 1994.

[28] R. D. Brandt, Y. Wang, A. J. Laub, and S. K. Mitra, "Alternative Networks for Solving the Travelling Salesman Problem and the List-Matching Problem", I*nternational Conference on Neural Networks* 2, 333–340, 1988.

[29] A.H.Gee and R. W. Prager, "Limitations of Neural Networks for Solving Traveling Salesman Problems", *IEEE Transactions on Neural Networks* 6, 280–282, 1995.

[30] W. Lin, J. G. Delgado-Frias, G. G. Pechanek, and S. Vassilladis, "Impact of Energy Function on a Neural Network Model for Optimization Problems", Proceedings *IEEE International Conference on Neural Networks* 7, 4518–4523, 1994.

[31] R. Van Vliet and H. Cardon, "Combining a Graph Partitioning and a TSP Neural Network to Solve the MTSP", in *Artificial Neural Networks 2*, T. Kohonen, K. Makisara, O. Simula, and J. Kangas (eds.), North Holland, Amsterdam, 157–162, 1991.

[32] J.Hopfield, "Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities", *Proceedings of National Academy of Sciences 79*, 2554–2558, 1982.

[33] J.Hopfield and D.W.Tank, "Neural: Computation of Decisions in Optimization Problems", *Biological Cybernetics 52*, 141–152, 1985.

[34] Y. B. Cho, T. Kurokawa, Y. Takefuji, and H. S. Kim, "An O(1) Approximate Parallel Algorithm for the n-Task n-Person Assignment Problem", *International Joint Conference on Neural Networks 2*, Nagoya, 1503–1506, 1993.

[35] D. Gong, M. Gen, G. Yamazaki, and W. Xu, "Neural Network Approach for General Assignment Problem", *International Conference on Neural Networks 4*, Perth, 1861–1866, 1995.

[36] T. Kurokawa and S. Kozuka, "Use of Neural Networks for the Optimum Frequency Assignment Problem", *Electronics and Communications in Japan*, Part 1, 77, 106–116, 1994.

[37] Y. Lin, L. M. Austin, and J. R. Burns, "An Intelligent Algorithm for Mixed-Integer Programming Models", *Computers and Operations Research 19*, 461–468, 1992.

[38] C. Pornavalai, G. Chakraborty, and N. Shiratori, "Neural Networks for Solving Constrained Steiner Tree Problem", *IEEE International Conference on Neural Networks 4*, 1867–1870, 1995.

[39] J. Ramanujam and P. Sadayappan, "Mapping Combinatorial Optimization Problems onto Neural Networks", *Information Sciences 82*, 239–255, 1995.

[40] E. Wacholder, J. Han, and R. C. Mann, "An Extension of the Hopfield-Tank Model for Solution of the Multiple TSP", I*EEE International Conference on Neural Networks 2*, 305–325, 1991.

[41] A. Yamamoto, M. Ohta, H. Ueda, A. Ogihara, and K. Fukunaga, "Asymmetric Neural Network and its Application to

Knapsack Problem", I*EICE Transactions Fundamentals E78-A*, 300–305, 1995.

[42] E.Biham, O.Dunkelman, and N.Keller, "The Rectangle Attack-Rectangeling the Serpent", *Lecture Notes in Computer Science*, 2001.

[43] T.Kohono, J.Kelsey, and B.Schneier, "Preliminary Cryptanalysis of Reduced-Round Serpent", *Third AES Candidate Conference*, 2000.

[44] X. Y. Wang, and et.al. "The Differential Cryptanalysis of an AES Finalist-Serpent", Technical Report TR-2000-04, 2000.

[45] D. H. Ackley, G. E. Hinton, and T. J. Sejnowski, "A Learning Algorithm for Boltzmann Machines", *Cognitive Science 9*, 147–169, 1985.

[46] H. Jeong and J. H. Park, "Lower Bounds of Annealing Schedule for Boltzmann and Cauchy Machines", *IEEE International Joint Conference on Neural Networks 1*, 581–586, 1989.

[47] Y. Takefuji and H. Szu, "Design of Parallel Distributed Cauchy Machines", I*EEE International Joint Conference on Neural Networks 1*, 529–532, 1989.

[48] Y. Akiyama, A. Yamashita, M. Kajiura, and H. Aiso, "Combinatorial Optimization with Gaussian Machines", I*EEE International Joint Conference on Neural Networks 1*, 533–540, 1989.

[49] T. Bultan and C. Aykanat, "Circuit Partitioning Using Parallel Mean Field Annealing Algorithms", *3rd IEEE Symposium on Parallel and Distributed Processing*, 534–541, 1991.

[50] M. K. Unaltuna and V. Pitchumani, "Unsupervised Competitive Learning Neural Network Algorithms for Circuit Bipartitioning", *World Congress on Neural Networks 1*, San Diego, 302–307, 1994.

[51] S. Vaithyanathan, H. Ogmen, and J. Ignizio, "Generalized Boltzmann Machines for Multidimensional Knapsack Problems", I*ntelligent Engineering Systems Through Artificial Neural Networks 4*, ASME Press, New York, 1079–1084, 1994.

[52] V. Zissimopolous, V. Paschos, and F. Pekergin, "On the Approximation of NP-Complete Problems by Using the Boltzmann Machine Method: The Case of Some Covering and Packing Problems", *IEEE Transactions on Computers 40*, 1413–1418, 1991.