

تجزیه و تحلیل ساختمان مایکرواستریپ سه لایه داخل حفره رزنانشی مکعبی

علی غفورزاده یزدی

مربی دانشکده مهندسی برق، مجتمع فنی و مهندسی، دانشگاه یزد

aghafoorzadeh@yazduni.ac.ir

(دریافت مقاله: تیر ۱۳۸۲، پذیرش مقاله: بهمن ۱۳۸۲)

چکیده- در این مقاله روشی تعمیم یافته برای تحلیل دقیق و تمام موج ساختمان مایکرواستریپ سه لایه - که درون حفره رزنانشی مکعبی قرار دارد - ارائه شده است. فرمول‌بندی مسأله بر اساس روش معادلات انتگرالی پتانسیل تزویج شده در فضای واقعی و در حوزه مکان است. برای حل معادلات انتگرالی و تعیین توزیع جریانهای الکتریکی بر روی خطوط مایکرواستریپ، روش ممان همراه با روش گالرکین به کار برده شده است. با استفاده از روش Matrix Pencil، مشخصه‌های ناپیوستگی‌های مایکرواستریپ تعیین و پارامترهای ماتریس پراکندگی محاسبه شده است. به منظور افزایش سرعت همگرایی در فرایند محاسبه عناصر ماتریس امپدانس، تمهیداتی در نظر گرفته شده است. اساس این روش، تبدیل جمع دوگانه به بسط یک‌بعدی است. یک برنامه کامپیوتری جامع نیز به زبان فرترن نوشته شده که تحلیل کلیه ناپیوستگی‌های مایکرواستریپ را امکان‌پذیر می‌سازد. نتایج دو نمونه از مدارهای مورد بحث در این مقاله با نتایج حاصل از نرم‌افزار HP-HFSS مقایسه شده است.

کلید واژگان ساختمان مایکرواستریپ چند لایه، مدارهای سطحی محصور در حفره رزنانشی، ناپیوستگی مایکرواستریپ، روش ممان، روشهای عددی.

۱- مقدمه

در سالهای اخیر، تحقیقات قابل توجه و پیشرفتهای مهمی در زمینه تحلیل مدارها و ناپیوستگی‌های مایکرواستریپ صورت گرفته و روشهای پیشرفته‌ای برای حل دقیق این گونه مدارها ارائه شده است [۱-۱۳]. کارهای انجام شده تاکنون عمدتاً در زمینه مایکرواستریپ‌های چند لایه در فضای آزاد [۱۲، ۱۳، ۱۴] و دو لایه محصور در حفره رزنانشی مکعبی بوده است [۱، ۲، ۵، ۱۱، ۱۵]. برخی از روشهای به کار برده شده در تحلیل این مدارها عبارتند از: روش خط انتقال، روش تمام موج حوزه طیفی، روش تمام موج در فضای واقعی و در حوزه مکان، تقریب‌های فرکانس بالا و فرکانس پایین، روش تفاضل محدود و روش

تصاویر مختلط. تجزیه و تحلیل‌هایی که تاکنون انجام شده بیشتر بر اساس معادلات انتگرالی میدان الکتریکی^۱ بوده است [۵، ۲، ۱] که هم در حوزه طیفی و هم در حوزه مکان فرمول‌بندی شده‌اند. روش دیگری که بتازگی به کار می‌رود، روش معادلات انتگرالی پتانسیل تزویج شده^۲ (MPIE) است [۱۰، ۷، ۶، ۳، ۱۲]. یکی از مهمترین مزایای این روش نسبت به روش EFIE - که بیشتر برای ساختمان‌های چند لایه مطرح می‌شود - این است که سرعت همگرایی نتایج در روش MPIE نسبت به روش

1. EFIE

2. MPIE

این ساختمان عبارت است از حفره رزنانسی مکعبی که از سه لایه دی الکتریک پر شده و هر دی الکتریک دارای ضخامت d_i و ثابت دی الکتریک نسبی ϵ_{ri} است. لایه های دی الکتریک، همگن، همه سو یکسان، غیرمغناطیسی و دارای ضریب نفوذ μ_0 فرض می شوند. روش حل مسأله و برنامه کامپیوتری به گونه ای است که لایه های تلف دار و بی تلف را پوشش می دهد. ناپیوستگی های مایکرواستریپ و مدارهای چاپی - به هر شکلی که باشند - می توانند در بین هر دو لایه به صورت مجزا یا با هم قرار گیرند (شکل ۲).

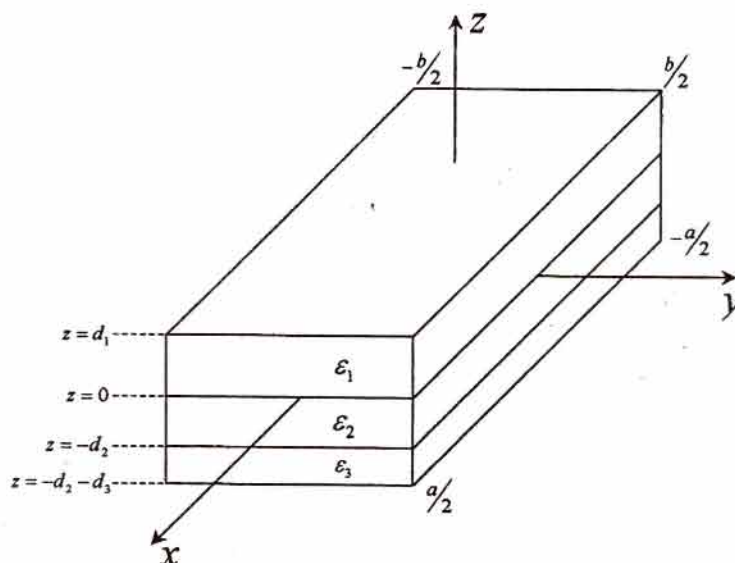
خطوط هادی که در بین لایه ها قرار می گیرند، بدون تلف و با ضخامت صفر و طول محدود فرض می شوند. در ضمن تحریک مدارها به صورت منبع ولتاژ سری در نظر گرفته می شود. برای یافتن توزیع جریانهای الکتریکی ناشناخته بر روی هادیهای خطوط مایکرواستریپ نسبت به تحریک مشخص، باید از شرط صفر بودن مؤلفه مماسی میدانهای الکتریکی بر روی سطوح فلزی خطوط مایکرواستریپ استفاده شود:

$$E_{\tan} = 0 \quad \text{on patch} \quad (1)$$

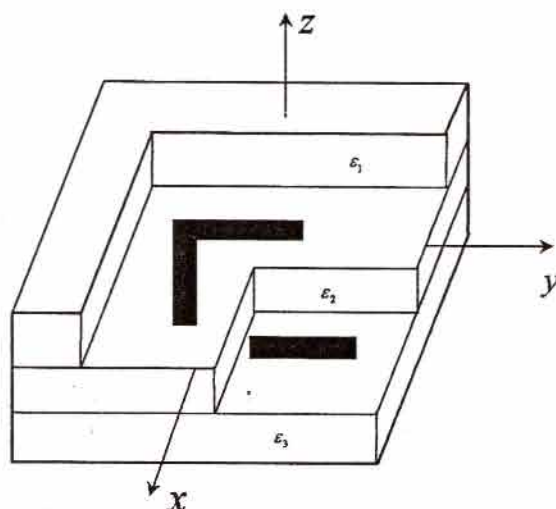
EFIE بیشتر است. علت این امر در توابع گرین فضاهای چند لایه نهفته است. روش MPIE در هر فرکانسی می تواند به کار رود و از این رو می تواند پدیده های تزویج، Dispersion، تشعشع، امواج سطحی و غیره را بخوبی تبیین و تفسیر نماید. در این مقاله، تحلیل ناپیوستگی های مایکرواستریپ سه لایه ای که درون حفره رزنانسی مکعبی قرار گرفته اند مورد نظر است. روشی که برای تحلیل به کار برده شده، تحلیل تمام موج حوزه مکان و فرمول بندی مسأله بر اساس معادلات انتگرالی پتانسیل تزویج شده است. روش ارائه شده در این مقاله اساساً سه بعدی است و نه تنها ثابت انتشار خط مایکرواستریپ، بلکه امکان تحلیل و مطالعه هر نوع ناپیوستگی مایکرواستریپ را فراهم می آورد. در این مقاله، ناپیوستگی هایی مانند Open-end، Bend، Crossover و BCL بررسی و مشخصه های فرکانسی آنها مانند ثابت انتشار و پارامترهای ماتریس پراکندگی، محاسبه و ارائه شده است.

۲- تحلیل تمام موج حوزه مکان

ساختمان هندسی مسأله مورد نظر در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱ سه لایه دی الکتریک داخل حفره رزنانسی مکعبی



شکل ۲ دو نمونه از ناپیوستگی‌های مایکرواستریپ که هر یک بر روی لایه جداگانه‌ای قرار گرفته است

برای حل معادله انتگرالی به دست آمده، از روش ممان استفاده شده و همچنین توابع پایه و تست نیز یکسان فرض شده که به روش گالرکین موسوم است. توابع پایه و تست به صورت rooftop مثلثی در نظر گرفته شده تا نسبت به یکدیگر همپوشانی داشته باشند (Overlapping rooftop)، زیرا این نوع توابع می‌توانند توصیف خوبی از توزیع جریانهای الکتریکی در محل ناپیوستگی‌ها ارائه دهند [۱].

با فرض اینکه J_s چگالی جریان سطحی بر روی خطوط مایکرواستریپ باشد، بسط آن به توابع پایه عبارت است از:

$$J_s(x, y) = \sum_n (a_n T_{xn}(x, y) \hat{a}_x + b_n T_{yn}(x, y) \hat{a}_y)$$

که در آن $T_{xn}(x, y)$ و $T_{yn}(x, y)$ به ترتیب توابع پایه در جهت‌های x و y است. در شکل‌های ۳-الف، ۳-ب و ۳-ج، تغییرات این توابع در جهت‌های x و y و نحوه همپوشانی آنها ترسیم شده است.

برای تحلیل جریانهای الکتریکی و اجرای روش ممان، هادیهای خطوط مایکرواستریپ در جهت‌های x و y به سلول‌هایی مستطیلی با ابعاد L_i و W_i تقسیم می‌شوند. به این کار مش‌بندی می‌گویند. اگر تعداد تقسیمات در جهت‌های x و y به ترتیب m و n باشد، تعداد توابع پایه مورد نیاز در جهت‌های x و y به ترتیب عبارتند از:

اگر E^e میدان الکتریکی تحریک و $E_s^{ml}(x, y, z)$ میدان الکتریکی پراکنده شده بر روی لایه m ام (۱ و ۲) ناشی از جریان مجهول J_s بر روی لایه l ام (۱ و ۲) باشد، در این صورت با استفاده از رابطه ۱ داریم:

$$\hat{z} \times (E_s^{ml}(x, y, z) + E^e) = 0 \quad (2)$$

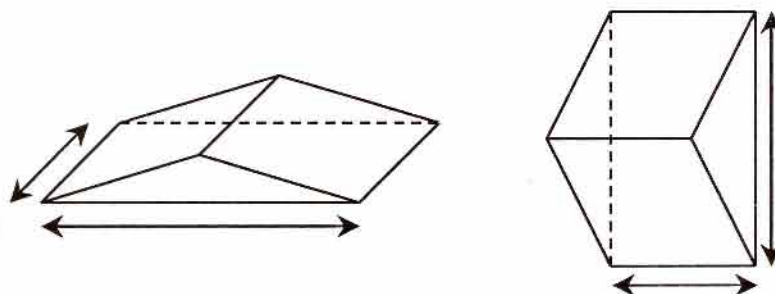
رابطه ۲ معادله‌ای انتگرالی است که از حل آن، جریانهای ناشناخته به دست می‌آیند. با توجه به اینکه ضخامت هادیهای خطوط مایکرواستریپ بی‌نهایت کوچک فرض شده، بنابراین جریان الکتریکی تغییراتی در جهت z ندارد و از این رو میدان الکتریکی پراکنده شده بر روی لایه m ام بر حسب تابع گرین میدان الکتریکی عبارت است از:

$$E_s^{ml} = \iint_{\text{on-patch}} G_{EJ}^{ml}(x, y, z; x', y', z_s') J_s(x', y', z_s') dx' dy' \quad (3)$$

که در آن، $z_s' = 0$ و $z_s' = -d_2$ را اختیار می‌کند.

$J_s(x, y, z_s')$ بردار چگالی جریان الکتریکی سطحی است که مؤلفه‌های آن در جهت‌های x و y می‌باشند. G_{EJ}^{ml} بیانگر شکل ماتریسی تابع گرین میدان الکتریکی است که جزئیات آن به صورت زیر است:

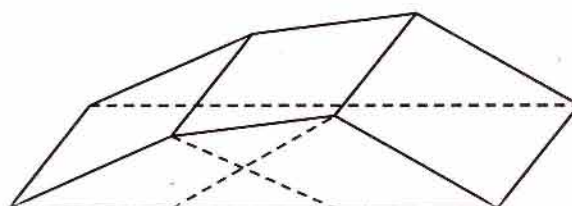
$$G_{EJ}^{ml} = \begin{bmatrix} G_{EJxx}^{ml} & G_{EJxy}^{ml} \\ G_{EJyx}^{ml} & G_{EJyy}^{ml} \end{bmatrix} \quad (4)$$



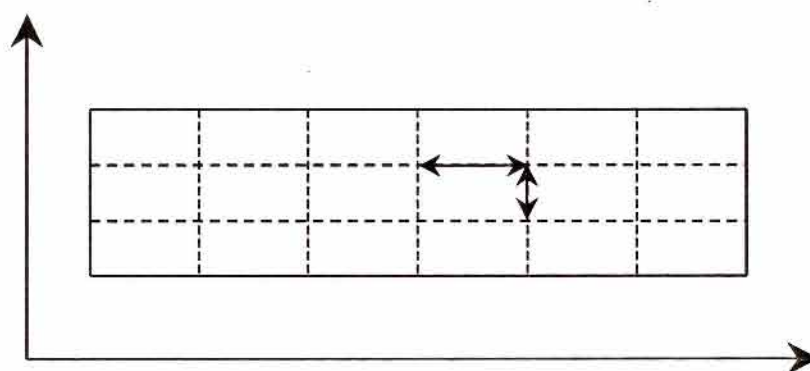
شکل ۳- الف نمونه‌ای از توابع پایه برای

جریانهای سطحی که در جهت y جریان دارند

شکل ۳- ب نمونه‌ای از توابع پایه برای

سطحی که در جهت x جریان دارند

شکل ۳- ج چگونگی همپوشانی دو تابع پایه مجاور که در یک جهت نیز هستند.



شکل ۳- د مثالی از نحوه مش‌بندی سطوح فلزی خطوط مایکرواستریپ

$$M = (m-1)n \quad \text{و} \quad N = m(n-1) \quad \text{عملیات}$$

مش‌بندی توسط برنامه کامپیوتری به صورت خودکار انجام می‌شود و فقط کافی است مختصات گوشه‌های سطوح فلزی و تعداد سلولهای مستطیلی در جهت‌های x و y به عنوان ورودی برنامه کامپیوتری مشخص شوند. اندازه سلولها به دقت مورد نیاز و ابعاد هندسی سطوح فلزی بستگی دارد. در شکل ۳-د مثالی از مش‌بندی برای خط مایکرواستریپ نمونه ترسیم شده است.

از حل معادله انتگرالی ۲ به روش ممان، معادله‌ای

ماتریسی به صورت زیر به وجود می‌آید:

$$[Z] [I] = [V] \quad (5)$$

که در آن، $[Z]$ ماتریس امپدانس، $[I]$ بردار جریانهای ناشناخته بر روی خط و $[V]$ بردار تحریک است:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[I] = \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

منبع جریان نقطه ای (دو قطبی جریان الکتریکی)
درجهت x در صفحه $z'_s = -d_2$.

د - $T_{xy}^2(x', y')$ توابع پایه درجهت x بر روی سلولهای
مستطیلی شکل در صفحه $z'_s = -d_2$ است.

ه - $T_{yi}^1(x, y)$ توابع تست درجهت y بر روی سلولهای
مستطیلی شکل در صفحه $z = 0$ است.

با محاسبه عددی زیرماتریسهای ماتریس امپدانس و با در
نظر گرفتن تحریک مشخص، توزیع جریانهای الکتریکی
مجهول، از حل معادله ماتریسی ۱۰ به دست می آید.

۳- توابع گرین

برای محاسبه عددی زیرماتریسهای ماتریس امپدانس به
توابع گرین میدان الکتریکی نیاز است. در اینجا چون
توابع گرین میدان الکتریکی با استفاده از توابع گرین
پتانسیل مغناطیسی محاسبه می شوند، بنابراین ابتدا باید
توابع گرین پتانسیل مغناطیسی تعیین شود. با توجه به
ساختمان مسأله مورد نظر، جریانهای مغناطیسی وجود
ندارند و بنابراین، پتانسیل برداری الکتریکی برابر صفر
است $(F=0)$. با فرض تغییرات زمانی میدانها به
صورت هارمونیک، معادله هلمهلتز برای پتانسیل برداری
مغناطیسی A چنین است:

$$(\nabla^2 + k^2)A = -\mu_0 J \quad \text{و} \quad k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon \quad (11)$$

باتوجه به صفر بودن F ، میدانهای E و H از روابط زیر
به دست می آیند:

$$E = -j\omega A + \frac{1}{j\omega\mu_0\epsilon} \nabla(\nabla \cdot A) \quad (12)$$

$$H = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times A \quad (13)$$

اگر دوقطبی جریان الکتریکی در جهت x یا y باشد
مؤلفه های پتانسیل (A_x, A_z) یا (A_y, A_z) برای حل
مسأله مورد نظر، کاملاً کفایت می کنند [۱۶، ۱۵]. برای
تعیین توابع گرین پتانسیل مغناطیسی در محیط های سه
گانه باید منبع جریان نقطه ای را جداگانه در صفحات
 $z'_s = 0$ و $z'_s = -d_2$ قرار داده و در هر مرحله، معادله

$$[V] = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

اگر $T(x, y)$ شکل ریاضی توابع پایه و تست باشد،
عنصر عمومی سطر i ام و ستون j ام هر یک از
زیرماتریسهای ماتریس امپدانس از ضرب داخلی زیر به
دست می آید:

$$\begin{cases} Z_{uv}^{ml} = - \left(T_u^m(x, y)_i, E_v^l(T_v^l(x, y))_j \right) \\ u = x, y, \quad v = x, y, \quad m = 1, 2, \quad l = 1, 2 \end{cases} \quad (9)$$

بنابراین، ماتریس امپدانس که از روش ممان به دست
می آید دارای شانزده زیرماتریس است:

$$\begin{bmatrix} Z_{xx}^{11} & Z_{xx}^{12} & Z_{xy}^{11} & Z_{xy}^{12} \\ Z_{xx}^{21} & Z_{xx}^{22} & Z_{xy}^{21} & Z_{xy}^{22} \\ Z_{yx}^{11} & Z_{yx}^{12} & Z_{yy}^{11} & Z_{yy}^{12} \\ Z_{yx}^{21} & Z_{yx}^{22} & Z_{yy}^{21} & Z_{yy}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x^1 \\ I_x^2 \\ I_y^1 \\ I_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x^1 \\ V_x^2 \\ V_y^1 \\ V_y^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

به عنوان مثال و باتوجه به روابط ۹ و ۳، عناصر زیرماتریس
 Z_{yx}^{12} به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\begin{aligned} Z_{yx}^{12} &= - \left(T_{yi}^1(x, y), E_y^1(T_{xj}^2(x, y)) \right) \\ &= - \iint_{S_i} T_{yi}^1(x, y) E_y^1(T_{xj}^2(x, y)) dx dy \\ &= - \iint_{S_i} T_{yi}^1(x, y) \left(\iint_{S_j} T_{xj}^2(x', y') \times \right. \end{aligned}$$

$$\left. G_E^{yx}(x, y, z=0; x', y', z'_s = -d_2) dx' dy' \right) dx dy$$

اجزای رابطه فوق را به صورت ذیل می توان تشریح کرد:

الف - S_j سطوح سلولهای مستطیلی شکلی است که
توابع پایه بر روی آنها تعریف شده و S_i سطوح سلولهای
مستطیلی شکلی است که توابع تست بر روی آنها تعریف
شده اند.

ب - $E_y^1(T_{xj}^2(x, y))$ عبارت است از میدان الکتریکی
درجهت y در صفحه $z=0$ ناشی از جریان های الکتریکی
درجهت x بر روی سطوح فلزی در صفحه $z'_s = -d_2$.

ج - $G_E^{yx}(x, y, z=0; x', y', z'_s = -d_2)$ عبارت است
از میدان الکتریکی درجهت y در صفحه $z=0$ ناشی از

حل پیشنهادی فوق، جوابی از معادله هلمهلتز است مشروط به اینکه شرط زیر برقرار باشد:

$u_i^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_i^2$ و $k_i^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_i$ و $i=1,2,3$
ضرایب مجهول در جواب فوق و همچنین ثابت‌های انتشار k_x و k_y پس از اعمال شرایط مرزی به دست می‌آیند. به علت حجم بسیار زیاد روابطی که ضرایب مجهول را مشخص می‌کند، از درج این روابط خودداری شده است. همچنین به سبب محدودیت حجم مقاله، از ذکر شرایط مرزی و نحوه اعمال آنها پرهیز شده است.
با توجه به اینکه ثابت‌های انتشار k_x و k_y از روابط ذیل به دست می‌آیند:

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \quad \text{و} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$k_y = \frac{n\pi}{b} \quad \text{و} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

جواب معادله مورد نظر (تابع گرین پتانسیل مغناطیسی) را به صورت ترکیب خطی جوابهای عمومی در نظر می‌گیریم:

$$G_{A_i} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f(x)g(y)h_i(z) \quad \text{و} \quad i=1,2,3$$

با ملاحظه مطالب فوق و پس از جایگذاری توابع $f(x)$ ، $g(y)$ و $h_i(z)$ در جمع دوگانه‌ای که به عنوان حل معادله هلمهلتز در نظر گرفته شده و پس از اعمال شرایط مرزی بر روی دیوارهای ساختمان فلزی، نتایج زیر حاصل شده است:

$$G_A^{xx}(x, y, z; x', y', z'_s = 0) \quad (14)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4\mu_0}{ab} f(x, y) \times f(x', y') \frac{\alpha_1(z)}{D_{IE}} \right)$$

$$f(x, y) = \cos K_x \left(x + \frac{a}{2} \right) \sin K_y \left(y + \frac{b}{2} \right) \quad (15)$$

$$\alpha_1(z) = \begin{cases} A_1 \frac{\sinh u_1 (d_1 - z)}{\sinh u_1 d_1} & \text{لایه اول} \\ A_1 \cosh u_2 z + B_1 \sinh u_2 z & \text{لایه دوم} \\ C_1 \sinh u_3 (d_2 + d_3 + z) & \text{لایه سوم} \end{cases} \quad (16)$$

موجود در رابطه ۱۱ را حل کرد. از آنجا که در این نواحی منبع جریانی وجود ندارد (منبع جریان نقطه‌ای در مرز بین لایه‌ها قرار می‌گیرد) بنابراین معادله‌ای که باید حل شود معادله $(\nabla^2 + k^2)A = 0$ خواهد بود. لازم است ذکر شود که اثر منبع جریان نقطه‌ای در شرایط مرزی ظاهر خواهد شد.

با توجه به شکل هندسی مسأله، ثابت‌های انتشار موج در جهت‌های x و y پیوسته بوده و وجود دیوارهای فلزی سبب می‌شود که تغییرات پتانسیل بر حسب x و y سینوسی باشد:

$$f(x) = M_1 \cos k_x \left(x + \frac{a}{2} \right) + N_1 \sin k_x \left(x + \frac{a}{2} \right)$$

$$g(y) = M_2 \cos k_y \left(y + \frac{b}{2} \right) + N_2 \sin k_y \left(y + \frac{b}{2} \right)$$

در روابط فوق، k_x و k_y به ترتیب ثابت‌های انتشار در جهت‌های x و y است که مقادیر آنها با توجه به ابعاد فیزیکی مسأله بعداً تعیین خواهند شد. از طرف دیگر، با توجه به وجود لایه‌های سه گانه در جهت z ، ثابت انتشار موج در این جهت پیوسته نبوده و از محیطی به محیط دیگر تغییر می‌کند. این موضوع همراه با این نکته که در صفحات $z = d_1$ و $z = -(d_2 + d_3)$ دیوارهای فلزی وجود دارند، ما را به این رهنمون می‌سازد که تغییرات پتانسیل بر حسب z در لایه‌های اول، دوم و سوم به ترتیب به صورت زیر در نظر گرفته شوند:

$$h_1(z) = R_1 \cosh u_1 (d_1 - z) + T_1 \sinh u_1 (d_1 - z)$$

$$h_2(z) = R_2 \cosh u_2 z + T_2 \sinh u_2 z$$

$$h_3(z) = R_3 \cosh u_3 (d_2 + d_3 + z) + T_3 \sinh u_3 (d_2 + d_3 + z)$$

در روابط فوق u_1 ، u_2 و u_3 به ترتیب ثابت‌های انتشار در جهت z در لایه اول، لایه دوم و لایه سوم بوده و مقادیر آنها در ادامه تعیین خواهند شد. با استفاده از روش جداسازی متغیرها، حل عمومی معادله هلمهلتز برای محیط بدون منبع به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$A_i = f(x)g(y)h_i(z) \quad \text{و} \quad i=1,2,3$$

از قبیل پارامترهای ماتریس پراکندگی و ثابت انتشار در خط می‌رسد. روش به کار برده شده برای تعیین مشخصه‌های مداری، بر روش Matrix Pencil است [۱۴]. با استفاده از این روش، توزیع جریان الکتریکی سطحی بر روی خط مایکرواستریپ به یک سری شامل توابع نمایی مختلط بسط داده می‌شود. به عنوان مثال اگر طول خط در امتداد محور x و پهنای خط نسبت به طول آن بسیار کم باشد در این صورت سری مزبور به صورت زیر خواهد بود:

$$I(x) = \sum_{i=1}^n p_i e^{(\alpha_i + j\beta_i)x}$$

بنابراین امواج جریان الکتریکی به صورت ترکیبی خطی از دماهای مختلف تعیین می‌شوند. در این رابطه، p_i دامنه موج جریان، α_i ضریب میرایی و β_i ثابت انتشار موج است. بدیهی است امواج منتشر شونده امواجی می‌باشند که ضریب میرایی آنها بسیار کوچک است. همچنین علامت ثابت انتشار نیز امواج رفت و برگشت را مشخص می‌کند. با استفاده از دامنه‌های امواج رفت و برگشت در دهانه‌های مدار، پارامترهای ماتریس پراکندگی را می‌توان تعیین کرد. مثلاً برای مدار یک‌دهنه، پارامتر S_{11} بر طبق تعریف، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{11} = \frac{-i^-}{i^+}$$

که در آن i^+ دامنه موج تابش و i^- دامنه موج منعکس شده است. در حالت کلی، برای تعیین پارامترهای ماتریس پراکندگی مدار دودهنه نامتقارن، مراحل زیر باید انجام شوند:

ابتدا در شرایطی که دهانه دوم مدار باز است دهانه اول را تحریک کرده و توزیع جریانهای الکتریکی سطحی را بر روی خطوط به دست می‌آوریم. با استفاده از روش Matrix Pencil دامنه‌های امواج رفت و برگشت را در هر دو دهانه تعیین می‌نماییم (i_1^+ و i_1^- و i_2^+ و i_2^-). در این صورت با استفاده از تعریف ماتریس پراکندگی

$$G_A^{xx}(x, y, z; x', y', z') = 0 \quad (17)$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-4\mu_0}{ab} K_x g(x, y) \times f(x', y') \frac{\alpha_2(z)}{D_{TE} D_{TM}} \right)$$

$$g(x, y) = \sin K_x \left(x + \frac{a}{2} \right) \sin K_y \left(y + \frac{b}{2} \right) \quad (18)$$

$$K_x = \frac{m\pi}{a} \text{ و } K_y = \frac{n\pi}{b} \text{ و } u_i^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_i^2 \quad (19)$$

$$\alpha_2(z) = \begin{cases} D_1 \frac{\cosh u_1 (d_1 - z)}{\cosh u_1 d_1} & \text{لایه اول} \\ D_1 \cosh u_2 z + E_1 \sinh u_2 z & \text{لایه دوم} \\ F_1 \cosh u_3 (d_2 + d_3 + z) & \text{لایه سوم} \end{cases} \quad (20)$$

لازم است ذکر شود که اثر منبع جریان نقطه‌ای در شرایط مرزی ظاهر می‌شود و ضرایب مجهول A_1 ، B_1 ، C_1 ، D_1 ، E_1 ، F_1 از اعمال شرایط مرزی بر روی مرز لایه‌ها به دست می‌آیند. همچنین توابع گرین پتانسیل مغناطیسی نیز - وقتی منبع جریان نقطه‌ای در صفحه $z'_s = -d_2$ قرار داشته باشد - به طریق مشابه محاسبه شده و با استفاده از رابطه (۱۲) توابع گرین میدان الکتریکی تعیین می‌شوند.

۴- روش استخراج پارامترهای مداری

در تجزیه و تحلیل مورد بحث در این مقاله، تحریک مدارها به صورت منبع ولتاژ سری مدل‌سازی شده است. به عبارت دیگر بردار ولتاژها در رابطه ۱۰ مربوط به منابع ولتاژ تحریک است. به عنوان مثال، بردار V_x^1 مشخص کننده منبعی می‌باشد که برای تحریک خط مایکرواستریپ در جهت x واقع در صفحه $z'_s = 0$ به کار می‌رود. علاوه بر این، اگر دهانه دوم مدار در صفحه $z'_s = -d_2$ قرار داشته و تحریک این دهانه در جهت y مورد نظر باشد، باید از بردار V_y^2 استفاده شود. پس از تحریک مدار به شکل مناسب، نوبت به استخراج مشخصه‌های مداری

خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} -i_1^- \\ i_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^+ \\ -i_2^+ \end{bmatrix}$$

سپس در شرایطی که دهانه اول مدار باز است، دهانه دوم را تحریک کرده و مراحل فوق را تکرار می‌نماییم. با فرض اینکه I_1^+ و I_1^- و I_2^+ و I_2^- دامنه‌های امواج رفت و برگشت در هر دو دهانه در حالت دوم باشند، داریم:

$$\begin{bmatrix} -I_1^- \\ I_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^+ \\ -I_2^+ \end{bmatrix}$$

در نهایت از حل توأم دو معادله ماتریسی اخیر، پارامترهای ماتریس پراکندگی تعیین می‌شوند. لازم است ذکر شود که اگر مدار دودهانه متقارن باشد با یک تحریک و با استفاده از یکی از معادلات ماتریسی فوق، پارامترهای ماتریس پراکندگی را می‌توان محاسبه کرد. این روش به ترتیبی که بیان شد، برای مدار N دهانه قابل تعمیم است.

۵- روشهای عددی

همانطور که قبلاً مشاهده شد، شکل کلی حل مسأله و توابع گرین به صورت جمع دوگانه است. بنابراین شکل کلی روابطی - که عناصر زیرماتریس‌های ماتریس امپدانس از روی آنها محاسبه می‌شوند - نیز به صورت جمع دوگانه خواهند بود:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F(m, n) \quad (21)$$

نتیجه بررسی‌های انجام شده در زمینه محاسبه عددی زیرماتریس‌ها چنین است که اگر دوقطبی جریان الکتریکی و توابع تست بر روی یک لایه باشند، سرعت همگرایی نتایج بسیار کند است و برای اینکه نتایج همگرا شوند لازم است m و n مقادیر $(1 \rightarrow 1000)$ را اختیار کنند. به عبارت دیگر باید یک جمع دوگانه (1000×1000) محاسبه شود. از این رو ارائه روشی عددی که سرعت همگرایی نتایج را به میزان زیادی افزایش دهد، ضروری به نظر می‌رسد. رابطه ۲۱ را در نظر بگیرید. اگر

$F(m, n)$ مقدار مجانبی تابع $F(m, n)$ باشد وقتی m و n به سمت بی‌نهایت میل داده شوند، در این صورت رابطه ۲۱ را به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F(m, n) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{\infty} F(m, n) \\ &+ \sum_{m=M+1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (F(m, n) - F_{\infty}(m, n)) \\ &+ \sum_{m=M+1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F_{\infty}(m, n) \end{aligned} \quad (22)$$

سمت راست تساوی فوق شامل سه جمع دوگانه است. جمع دوگانه سوم را در نظر بگیرید. اگر بتوان یکی از سری‌های این جمع دوگانه را به صورت تحلیلی محاسبه کرد (فرض کنید بتوانیم سری $\sum_{n=1}^{\infty} F_{\infty}(m, n)$ را به صورت تحلیلی محاسبه نماییم) بنابراین، این جمع دوگانه به جمع یک‌گانه تبدیل می‌شود که این، اثر قابل ملاحظه‌ای بر افزایش سرعت همگرایی دارد. اکنون جمع دوگانه دوم در سمت راست رابطه ۲۲ را در نظر بگیرید. در این جمع دوگانه، مقدار مجانبی تابع از خود تابع کم شده، لذا این جمع دوگانه به سرعت همگرا می‌شود. در مورد جمع دوگانه اول نیز، چون یکی از سری‌ها محدود است، انتظار داریم که سرعت همگرایی رضایت‌بخش باشد. با به‌کاربردن این روش برای زیرماتریس‌هایی که سرعت همگرایی آنها کند، است سرعت همگرایی به میزان بسیار زیادی افزایش می‌یابد [۵، ۱۷، ۱۸، ۱۹]. ذکر این نکته ضروری است که وقتی حدود جمع‌های دوگانه در رابطه ۲۲ به صورت زیر در نظر گرفته شد، نتایج به دست آمده با دقت بسیار زیادی (سه رقم بعد از ممیز) برابر با نتایجی بود که از روش مستقیم به دست آمده بود:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{300} () + \sum_{m=M+1}^{100} \sum_{n=1}^{100} () + \sum_{m=M+1}^{1000} () \quad (23)$$

حداقل مقدار M ، به فرکانس کار و ابعاد هندسی مسأله بستگی دارد و معمولاً این مقدار در محدوده

پارامترهای ماتریس پراکندگی، بررسی می‌شود. لازم است ذکر شود که طراحی و ساخت عناصر غیرفعال مایکروویو مانند فیلترها و خطوط توزیع شده و همچنین طراحی و ساخت مدارهای مجتمع یکپارچه مایکروویو، از کاربردهای مهم ساختمان سه لایه داخل حفره رزنانسی است.

۶-۱- بررسی همگرایی نتایج

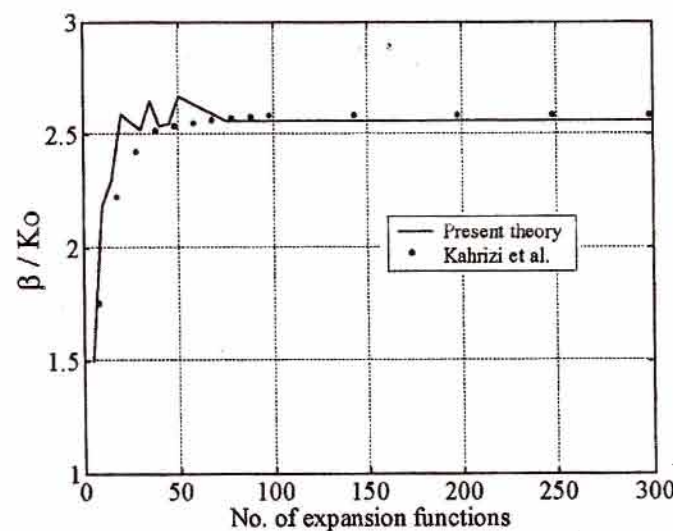
برای اطمینان از روشی که در تحلیل به کار برده شده، ابتدا لازم است همگرایی نتایج بررسی شود. برای این منظور، دو مثال در نظر گرفته شده است.

مثال ۱ - یک تکه خط مایکرواستریپ در نظر گرفته شده و در شرایطی که یک دهانه آن مدار باز است، دهانه دیگر تحریک شده و با افزایش تدریجی توابع پایه، در هر حالت، ثابت انتشار محاسبه شده است. شکل ۴ منحنی ثابت انتشار را برحسب تعداد توابع بسط نشان می‌دهد.

($40 < M < 100$) قرار دارد. نتایج بررسی‌های عملی بیانگر این است که زمان صرف شده برای محاسبه یکی از عناصر زیرماتریسها با استفاده از روش مستقیم و به کارگیری رابطه ۲۱ و با فرض $m = n = 1000$ و 102 و 3 دقیقه است، در حالی که پس از اعمال روش عددی مذکور و استفاده از رابطه ۲۳ و با فرض $M = 50$ ، برای محاسبه همین عنصر فقط 3 ثانیه زمان لازم می‌باشد. با توجه به این مطلب، کارایی روش به کار برده شده برای تسریع همگرایی بخوبی مشخص می‌شود و در نتیجه، تجزیه و تحلیل مدارهای پیچیده‌تر در مدت زمان کمتری امکان‌پذیر خواهد بود.

۶-۲ نتایج

در این قسمت، آزمایش‌های انجام‌شده برای بررسی همگرایی نتایج و همچنین بعضی از مشخصه‌های فرکانسی تعدادی از ناپیوستگی‌های مایکرواستریپ محصور در حفره رزنانسی، مانند ثابت انتشار و



شکل ۴ منحنی ثابت انتشار نرمالیزه برای خط مایکرواستریپ مدار باز بر حسب تعداد توابع پایه

$$f = 10\text{GHz}, l = 2\lambda, w = 0.635\text{mm}, a = b = 25\text{cm}, \epsilon_{r1} = 1, d_1 = 2\text{mm}, \\ \epsilon_{r2} = \epsilon_{r3} = 9.6, d_2 + d_3 = 0.635\text{mm}$$

$$l_{eff} = \frac{\lambda_g}{4} - d_{max}$$

d_{max} محل اولین بیشینه جریان از انتهای خط است. در این مثال نیز یک خط مایکرواستریپ مدار باز تحریک شده و طول مؤثر به ازای تعداد مختلف توابع پایه محاسبه شده است. شکل ۵ منحنی همگرایی طول مؤثر را بر حسب تعداد توابع بسط نشان می‌دهد. همان طور که در شکل مشخص است مقدار نهایی طول مؤثر با نتیجه گزارش شده در مرجع [۲] کاملاً مطابقت دارد.

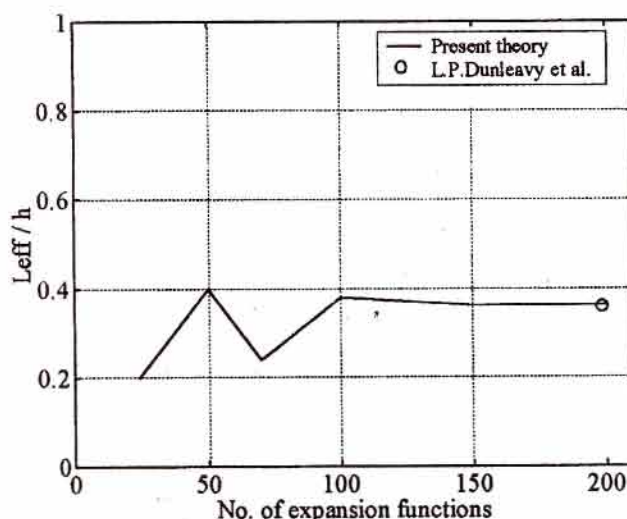
۶-۲- مشخصه‌های فرکانسی

در این قسمت، بعضی از مشخصه‌های فرکانسی چند مدار نمونه با ذکر سه مثال بررسی شده است:

مثال ۱ - در این مثال یک خط مایکرواستریپ خمیده با زاویه قائم^۱ به صورت متقارن در نظر گرفته شده و ضرایب انعکاس و انتقال آن - که در حقیقت همان پارامترهای ماتریس پراکندگی می‌باشند - بر حسب

همان‌طور که از شکل برمی‌آید سرعت همگرایی ثابت انتشار بسیار زیاد است و وقتی تعداد توابع بسط از ۷۵ به ۲۰۰ افزایش می‌یابد، نتایج با تقریب بسیار خوبی ثابت است. نتیجه این مثال با نتیجه مثال مشابهی در مرجع [۴] مقایسه شده است. لازم است ذکر شود که در این آزمایش، اندازه ضریب انعکاس همواره برابر $|r|=1$ به دست می‌آید. دلیل آن است که محیط، بسته است و بدون تلف نیز فرض شده و بنابراین، میدانها راکتیو بوده و هیچ‌گونه تشعشعی به بیرون از سیستم وجود ندارد.

مثال ۲ - در این مثال همگرایی طول مؤثر بررسی شده است. وقتی یک تکه خط مدار باز تحریک می‌شود، مقداری جزئی از میدانها در انتهای خط پراکنده و بقیه منعکس می‌شوند. این پدیده سبب می‌شود که این ناپیوستگی، مانند مدار باز ایدئال رفتار نکند. برای تحقق مدار باز ایدئال، در عمل مقداری جزئی به طول خط اضافه می‌کنند که به آن طول مؤثر گفته می‌شود [۲]. طول مؤثر به صورت زیر محاسبه می‌شود:



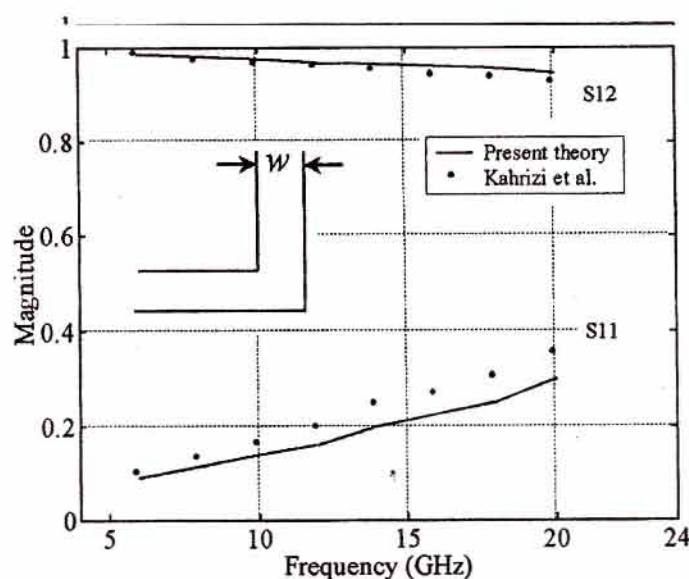
شکل ۵ منحنی طول مؤثر نرمالیزه برای خط مایکرواستریپ مدار باز بر حسب تعداد توابع پایه
 $f = 18\text{GHz}$, $l = 2\lambda$, $w = 0.635\text{mm}$, $a = 8.89\text{cm}$, $b = 6.35\text{mm}$, $\epsilon_{r1} = 1$,
 $d_1 = 5.715\text{mm}$, $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r3} = 9.7$, $h = d_2 + d_3 = 0.635\text{mm}$

مثال ۳ - مدار در نظر گرفته شده در این مثال از دو خط میکرواستریپ تشکیل شده که هر یک از این خطوط بر روی مرزهای جداگانه‌ای قرار گرفته و نسبت به یکدیگر عمود و متقاطع می‌باشند^۱. به این صورت که خط اول به میزان l_{m1} خط دوم را قطع کرده و همچنین خط دوم به میزان l_{m2} خط اول را قطع کرده است. این مدار نیز به طور مناسب تحریک شده و پارامترهای ماتریس پراکندگی آن بر حسب فرکانس تعیین شده‌اند. شکل ۸ تغییرات اندازه ضرایب انعکاس و انتقال این مدار را برحسب l_{m1}/λ نشان می‌دهد. مانند مثال قبل، مدار مورد بحث در این قسمت نیز با استفاده از نرم‌افزار *HP-HFSS* تحلیل و نتایج در شکل ۸ با یکدیگر مقایسه شده است.

فرکانس تعیین شده‌اند. این مدار مثالی از مدار دودهنه است. شکل ۶ تغییرات اندازه ضریب انعکاس و اندازه نتایج این مثال نیز با نتایج مثال مشابهی در مرجع [۴] مقایسه شده است.

مثال ۲ - در این قسمت، دو خط میکرواستریپ با پهنای متفاوت در نظر گرفته شده که در امتداد یکدیگر بوده و نسبت به یکدیگر همپوشانی دارند اما هر یک در مرز جداگانه‌ای قرار گرفته‌اند^۱. فرض می‌شود که مقدار همپوشانی خطوط برابر $l_0 = 1.5mm$ باشد. برای این مثال نیز با توجه به بخش ۴، پارامترهای ماتریس پراکندگی بر حسب فرکانس محاسبه شده‌اند. شکل ۷ اندازه ضریب انعکاس و اندازه ضریب انتقال این مدار را برحسب فرکانس نشان می‌دهد.

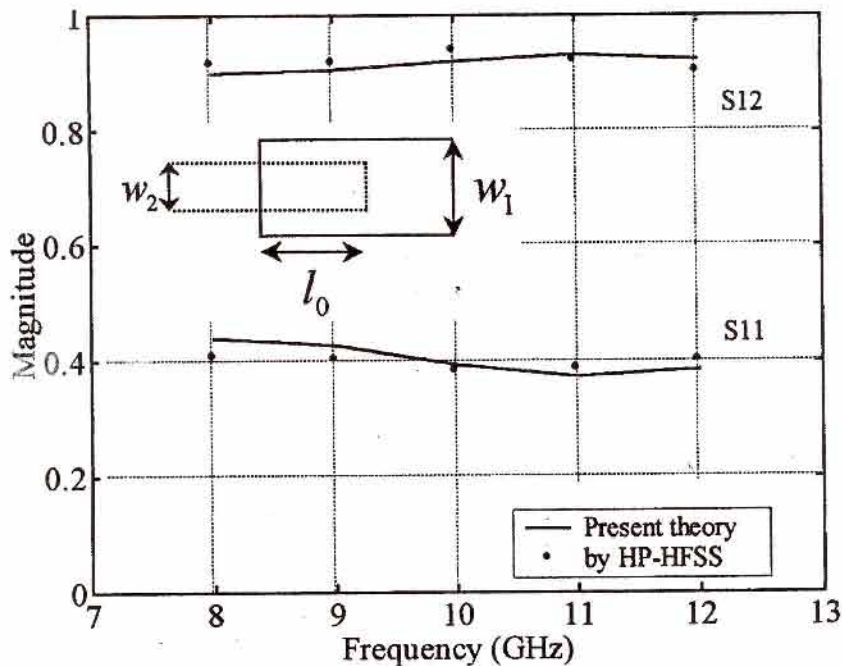
علاوه بر این، مدار مورد بحث در این قسمت با استفاده از نرم‌افزار *HP-HFSS* نیز تحلیل و نتایج در شکل ۷ با یکدیگر مقایسه شده است.



شکل ۶ منحنی اندازه پارامترهای ماتریس پراکندگی برای Bend بر حسب فرکانس

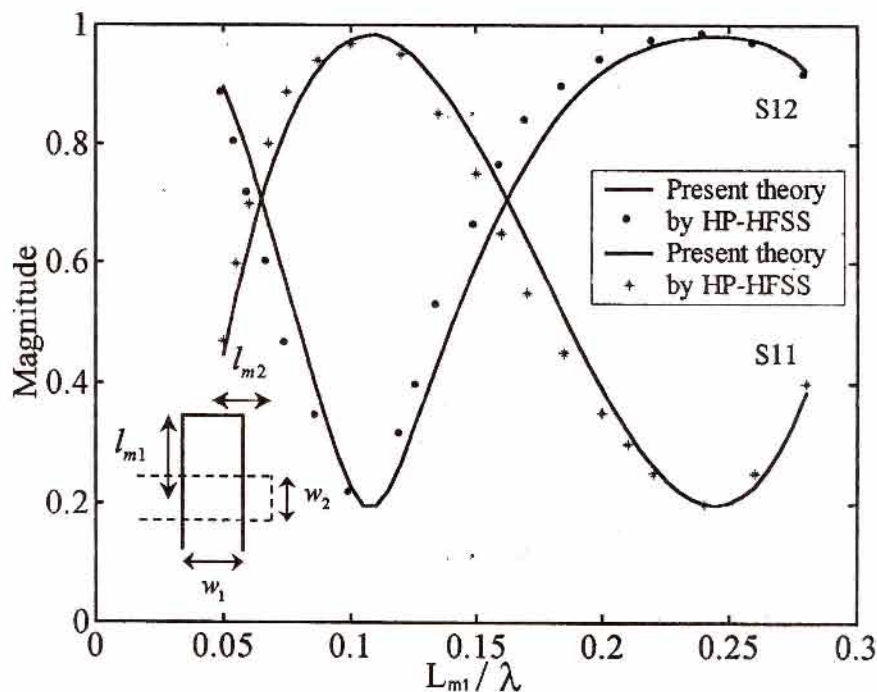
$$l_1 = l_2 = 1.5\lambda, w = 0.635mm, a = b = 8\lambda, \epsilon_{r1} = 1, d_1 = 2.545mm, \epsilon_{r2} = \epsilon_{r3} = 9.8, d_2 + d_3 = 0.635mm$$

1. Collinear BCL
2. Transverse BCL



شکل ۷ منحنی اندازه پارامترهای ماتریس پراکندگی برای Collinear BCL بر حسب فرکانس

$$l_1 = l_2 = 2\lambda, w_1 = 1.9\text{mm}, w_2 = 1\text{mm}, a = b = 17.5\text{cm}, l_0 = 1.5\text{mm}, \epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 10.2, \epsilon_{r3} = 2.2, \\ d_1 = 10d_2, d_2 = d_3 = 0.635\text{mm}$$



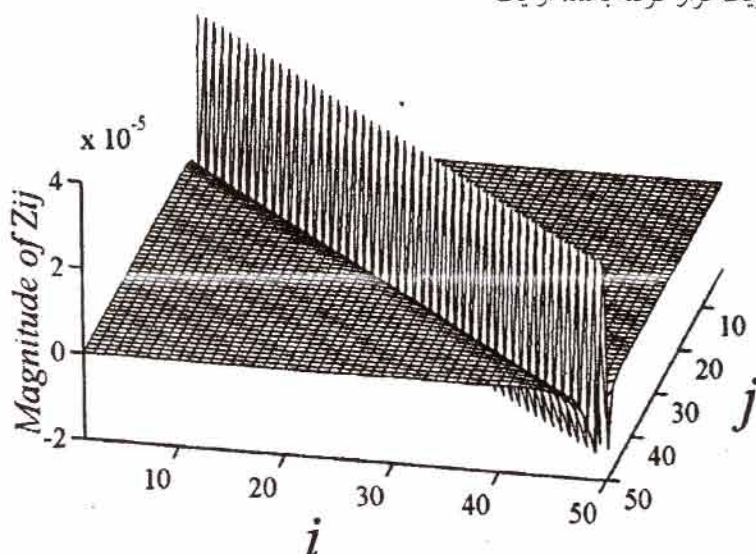
شکل ۸ منحنی اندازه پارامترهای ماتریس پراکندگی برای Transverse BCL بر حسب l_{m1}/λ

$$f = 10\text{GHz}, l_1 = l_2 = 1.5\lambda, w_1 = 1.9\text{mm}, w_2 = 1\text{mm}, a = b = 8\lambda, l_{m2} = 0.25\lambda, \epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 10.2, \\ \epsilon_{r3} = 2.2, d_1 = 10d_2, d_2 = d_3 = 0.635\text{mm}$$

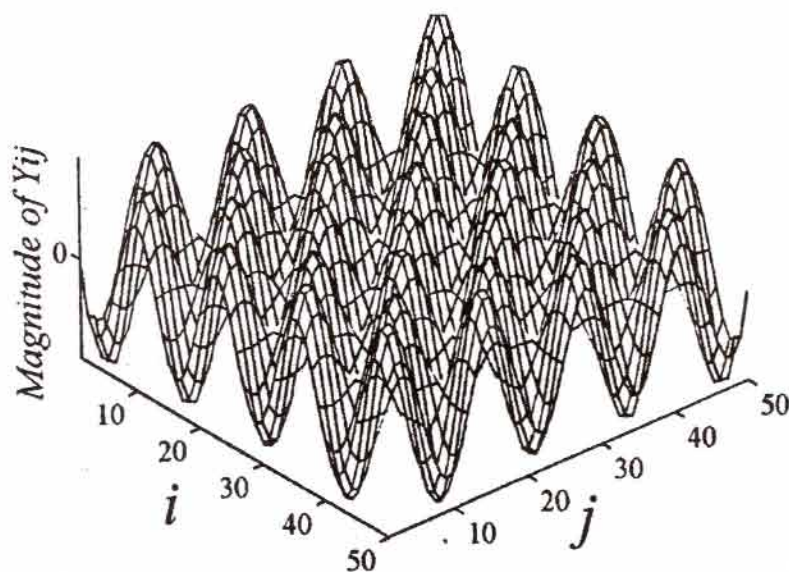
۶-۳- توزیع جریان سطحی بر روی خط مایکرواستریپ

با توجه به رابطه ۵، برای تحریک با دامنه ولتاژ معین، معکوس ماتریس امپدانس در حقیقت متناسب است با چگونگی توزیع جریان سطحی بر روی خطوط مدار تحریک شده. از این رو برای دستیابی به توزیع جریان سطحی روی خط مایکرواستریپ مدار باز، با فرض اینکه این مدار بین دو لایه دی الکتریک قرار گرفته باشد، از یک

دهانه تحریک شده و ماتریس‌های امپدانس و ادمیتانس مربوط به آن محاسبه شده است. سپس اندازه عناصر هر یک از دو ماتریس امپدانس و ادمیتانس بر حسب سطر و ستون ماتریس در شکل‌های ۹ و ۱۰ ترسیم شده است. شکل ۱۰ چگونگی توزیع دامنه جریان سطحی را بر روی خط نشان می‌دهد. نتایج این مثال با نتایج مثال مشابهی که در مرجع [۲] گزارش شده کاملاً مطابقت دارد.



شکل ۹ منحنی اندازه عناصر ماتریس امپدانس برای خط مایکرواستریپ مدار باز بر حسب سطر و ستون ماتریس



شکل ۱۰ منحنی اندازه عناصر ماتریس ادمیتانس برای خط مایکرواستریپ مدار باز بر حسب سطر و ستون ماتریس

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، روشی دقیق و تعمیم یافته براساس معادلات انتگرالی پتانسیل تزویج شده برای تحلیل تمام موج حوزه مکان ساختمان مایکرواستریپ سه لایه - که درون حفره رزنانسی مکعبی قرار دارد - ارائه شده است. برای افزایش سرعت همگرایی نتایج از روش عددی جدید و پیشرفته‌ای استفاده شده است. یک برنامه کامپیوتری جامع برای تحلیل مدارها و ناپیوستگی‌های مایکرواستریپ سه لایه - که درون حفره رزنانسی قرار دارند - نوشته شده است. نتایج به دست آمده با دقت خوبی با نتایج گزارش شده قبلی مطابقت دارد. علاوه بر این، نتایج دو نمونه از مدارهای مورد بحث این مقاله، با نتایج حاصل از نرم افزار $HP-HFSS$ مقایسه شده است.

۸- منابع

- (1995); pp.641-646.
- [6] E. K. L. Yeung; J. C. Beal; Y. M. M. Antar; Multilayer Microstrip Structure Analysis with Matched Load Simulation; IEEE Trans Microwave Theory Tech.; 43 (1995); pp.143-149.
- [7] G. V. Eleftheriades; H. L. Pezennec; J. R. Mosig; A Fast and Rigorous CAD Procedure for Complex Shielded Planar Circuits; IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.; (1996); pp.1467-1470.
- [8] A. Hill; V. K. Tripathi; An Efficient Algorithm for the Three-Dimensional Analysis of Passive Microstrip Components and Discontinuities for Microwave and Millimeter-Wave Integrated Circuits; IEEE Trans Microwave Theory Tech.; 39 (1991); pp.83-91.
- [9] R. Faraji-Dana; An Efficient and Accurate Green's Function Analysis of Packaged Microwave Integrated Circuits; Ph.D. Thesis, University of Waterloo; Ontario, Canada; 1993.
- [10] R. Faraji-Dana; Y. L. Chow; J. J. Yang; Analysis of Shielded Microstrip Structures by a MPIE Formulation With the Capability of Isolating the Side Walls Effects; Proceedings of 23rd European microwave conference; (1993); pp.535-536.
- [11] R. Faraji-Dana; Y. L. Chow; Accurate and Efficient CAD Tool for the Design of Optimum Packaging for (M)MICs; IEE Proc.-Microw. Antennas Propag.; 142 (1995); pp.81-88.
- [12] N. Hojjat; S. Safavi-Naeini; R. Faraji-Dana; Y. L. chow; Fast Computation of the Nonsymmetrical Components of the Green's Function for Multilayer Media Using Complex Images; IEE Proc.-
- [1] J.C. Rautio; R.F. Harrington; An Electromagnetic Time-Harmonic Analysis of Shielded Microstrip Circuits; IEEE Trans Microwave Theory Tech.; 35 (1987); pp.726-731.
- [2] L. P. Dunleavy; P. B. Katehi; A Generalized Method for Analyzing Shielded Thin Microstrip Discontinuities; IEEE Trans Microwave Theory Tech.; 36 (1988); pp.1758-1766.
- [3] Skrivervik; J. R. Mosig; Equivalent Circuits of Microstrip Discontinuities Including Radiation Effects; IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.; (1989); pp.1147-1150.
- [4] M. Kahrizi; T. K. Sarkar; Z. A. Maricevic; Space Domain Approach for the Analysis of Printed Circuits; IEEE Trans Microwave Theory Tech.; 42 (1994); pp.450-457.
- [5] S. Hashemi-Yeganeh; On the Summation of Double Infinite Series Field Computations Inside Rectangular Cavities; IEEE Trans Microwave Theory Tech.; 43

- McGraw-Hill; 1961.
- [16] Balanis; Advanced Engineering Electromagnetic.; New York: John Wiley & Sons; 1989.
- [17] M. R. Spiegel; Complex Variables; Schaum's Outline Series in Mathematics. New York: McGraw-Hill; 1964.
- [18] M. Abramowitz; I. A. Stegen; Handbook of Mathematical Function.; New York: Dover; 1970; pp.480-483.
- [19] R. E. Collin; Field Theory of Guided Waves.; New York: McGraw-Hill; 1960; pp.577-585.
- Microw. Antennas Propag.; 145 (1998); pp.285-288.
- [13] Y. L. Chow; N. Hojjat; S. Safavi-Naeini; R. Faraji-Dana; Spectral Green's Functions for Multilayer Media in a Convenient Computational Form; IEE Proc. H.; 145 (1998); pp.85-91.
- [14] Z. Maricevic; T. Sarkar; Y. Hua; A. R. Djordjevic; Time Domain Measurements with the Hewlett Packard Network Analyzer HP8510 Using the Matrix Pencil Method; IEEE Trans Microwave Theory Tech.; 39 (1991); pp.538-547.
- [15] R. F. Harrington; Time-Harmonic Electromagnetic Fields. New York: