

روش جدید محاسبه ظرفیت خازنی پراکنده سیم پیچ مولد تراکم شار مغناطیسی با چند حلقه متشکل از چندین رشته سیم هادی تک لایه با چیدمان دایره‌ای تو خالی

مجید عزتی مصلح^۱، محمدرضا بسمی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد برق- قدرت، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد

۲- استادیار گروه برق- قدرت، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد

besmi@shahed.ac.ir

(دریافت مقاله: دی ۱۳۸۸، پذیرش مقاله: آذر ۱۳۸۹)

چکیده- در این مقاله روش جدیدی به نام مدل شش ضلعی منتظم لانه زنبوری برای محاسبه ظرفیت خازنی پراکنده بین رشته سیم‌های هادی یک حلقه از سیم‌پیچ و بین رشته و هادی استوانه‌ای توخالی و همچنین ظرفیت خازنی کل n حلقه از سیم‌پیچ مولد تراکم شار مغناطیسی حلزونی ارائه می‌شود. روش ارائه شده روشی تحلیلی مبتنی بر ساختار هندسی رشته سیم‌های چند لایه در درون یک حلقه از سیم‌پیچ مولد است. در این روش رشته سیم‌های سیم‌پیچ مولد به تعداد زیادی سلول المانی بسیار کوچک و مشابه تفکیک می‌شود. در این ساختار، بین دو رشته سیم هادی همجوار در درون هر حلقه از سیم‌پیچ مولد، یک سلول بنیادی لوزی شکل با دو ناحیه دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده است. روش ارائه شده برای محاسبه ظرفیت خازنی پراکنده n حلقه از سیم‌پیچ با چندین رشته سیم هادی با سطح مقطع دایره‌ای معتبر است. رشته سیم‌های درون حلقه‌های سیم‌پیچ مولد به صورت کاملاً یکنواخت در چند لایه با چیدمان دایره‌ای توخالی و با فاصله‌ای معین از سطح هادی استوانه‌ای توخالی که به صورت محوری در مرکز سیم‌پیچ واقع شده، به دور آن پیچیده شده است. خواهیم دید که در مدت پیشروی انفجار و گسترش حجمی هادی استوانه‌ای توخالی و کاهش تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ مولد تا حلقه انتهایی دوم ظرفیت خازنی پراکنده مولد افزایش یافته اما در حلقه انتهایی شاهد کاهش شدید ظرفیت خازنی پراکنده مولد خواهیم بود.

کلیدواژگان: مدل لانه زنبوری، مولد تراکم شار، خازن پراکنده، سیم‌پیچ حلزونی.

۱- مقدمه

کاهش تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ مولد چه تاثیری بر ظرفیت خازنی پراکنده کل مولد در طول فرایند انفجار می‌گذارد. در طراحی MCG شکل (۱) باید به مدل هندسی با دقت کافی و مشخصات اجزای هندسی مناسب برای

در این مقاله در پی یافتن پاسخ این پرسش هستیم که فرایند انفجار در مولد تراکم شار مغناطیسی^۱ (MCG) و در نتیجه

1. Magneto Cumulative Generator

بنابراین برای محاسبه ظرفیت خازنی کل مولد تراکم شار باید ظرفیت خازنی پراکنده موارد زیر محاسبه شود:

- بین رشته سیم‌های هادی یک حلقه (C_{SS}).
- بین رشته سیم‌های یک حلقه از سیم پیچ با هادی استوانه‌ای توخالی (C_{SI}).
- بین حلقه‌های سیم پیچ (C_{tt}).
- بین حلقه و هادی استوانه‌ای توخالی (C_{tl}).

در مطالعات انجام شده در زمینه مولدهای تراکم شار مغناطیسی اثر ظرفیت خازن پراکنده^۳ حلقه‌های سیم پیچ MCG بر بررسی نشده و در اینجا برای نخستین بار این اثر خازنی در مولد MCG مطالعه می‌شود. البته مسائل مرتبط با مقاومت‌های پراکنده اهمی ac سیم پیچ‌ها، تلفات هسته، نتایج مرتبط با ظرفیت خازنی پراکنده سیم پیچ‌های مدارهای الکترونیکی و الکترونیک در ابعاد بسیار کوچک، مدارهای RF و در ترانسفورماتورهای قدرت در [۳] تا [۱۹] بررسی شده است.

ظرفیت خازنی پراکنده سیم پیچ مولد به‌عنوان عاملی مزاحم و ایجاد کننده تلفات به‌طور قابل ملاحظه‌ای بر عملکرد مولد اثر می‌گذارد.

هدف این مقاله ارائه روش جدیدی برای پیش‌بینی و محاسبه ظرفیت خازنی پراکنده n حلقه از سیم پیچ مولد با سطح مقطع دایره‌ای دارای k رشته سیم هادی است (شکل‌های (۲) و (۵)).

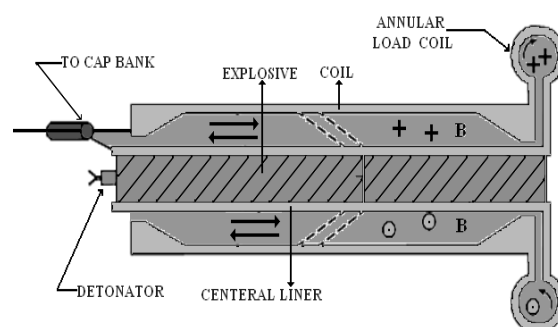
روش ارائه شده در این مقاله روشی تحلیلی-هندسی است.

عملکرد درست مولد دست یابیم. دستیابی به مدل مناسب هندسی، سبب افزایش دقت در محاسبه پارامترهای مولد شده، و کارایی مولد را بالا خواهد برد [۱] و [۲].

از سوی دیگر در مولد تراکم شار مغناطیسی به‌دلیل افزایش ولتاژ در هر حلقه در هنگام پیشروی انفجار و کاهش تعداد حلقه‌های سیم پیچ^۱، اثر میدان الکتریکی بسیار زیاد خواهد بود. میدان الکتریکی حاصل از عملیات MCG و خطوط میدان الکتریکی حاصل در بین حلقه‌های سیم پیچ و نیز بین حلقه و هادی استوانه‌ای توخالی^۲ واقع در مرکز سیم پیچ باعث ایجاد ظرفیت‌های خازنی حلقه-حلقه (C_{tt}) و حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی (C_{tl}) می‌شود.

تحلیل ارائه شده در این مقاله برای سیم پیچ‌های با سطح مقطع تک‌لایه‌ای با هادی رشته ای معتبر است.

افزایش فرکانس در سیم پیچ MCG باعث ایجاد اثر پوستی و اثر همسایگی می‌شود که این باعث افزایش مقاومت اهمی حلقه‌های سیم پیچ می‌شود. همچنین به‌دلیل وجود ظرفیت خازنی در سیستم، امپدانس متوجه مولد افزایش خواهد یافت.



شکل ۱ اجزای اصلی مولد حلزونی شکل (MCG) همراه با بار متصل به آن و منبع خازنی متصل شده برای تحریک اولیه

1. Coil
2. Liner

ظرفیت خازنی پراکندگی کل سیم پیچ مولد را می توان با ظرفیت خازنی متمرکز نقطه ای متصل بین ترمینال های سیم پیچ همان طور که در شکل (۳) نشان داده شده مدل سازی کرد [۵]. در یک حلقه از سیم پیچ مولد، هم ظرفیت خازنی رشته-رشته (C_{SS}) و هم ظرفیت خازنی رشته-هادی استوانه ای توخالی (C_{SI}) حضور دارد.

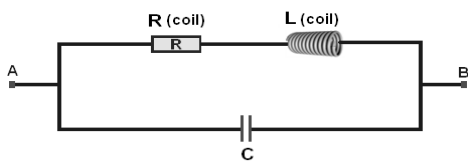
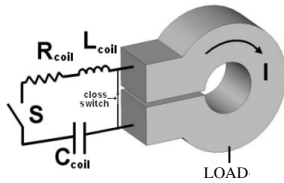
فرضها:

به منظور ترسیم جزئیات شکل (۳) فرضهای ساده کننده زیر را در نظر می گیریم:

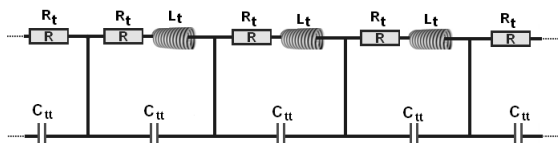
* فرضها برای n حلقه از سیم پیچ

(الف) از ظرفیت خازنی بین حلقه های ناهم جوار مولد صرف نظر می شود.

(ب) از اثر نشتی خازنی بین لبه های دو حلقه سیم و بین لبه های حلقه سیم و هادی استوانه ای توخالی مولد صرف نظر می شود.

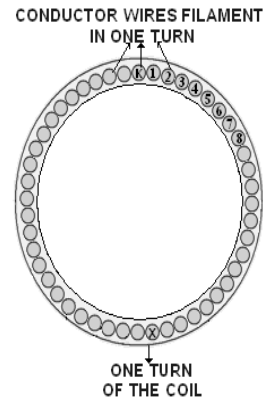


(الف) مدار معادل کلی سیم پیچ مولد



(ب) مدار معادل بسط داده شده و ساده شده RLC سیم پیچ مولد

شکل ۳ مدار معادل سیم پیچ مولد تراکم شار مغناطیسی MCG



شکل ۲ سطح مقطع یک حلقه از سیم پیچ مولد تراکم شار مغناطیسی با k رشته سیم هادی تک لایه

۲- الگوریتم و روش محاسبه ظرفیت خازنی

الگوریتم به شرح ذیل است:

(a) در نظر گرفتن مدلی کلی برای مدار معادل n حلقه از سیم پیچ مولد.

(b) محاسبه ظرفیت خازنی رشته-رشته (C_{SS}) و ظرفیت خازنی رشته-هادی استوانه ای توخالی (C_{SI}).

(c) محاسبه ظرفیت خازنی رشته-حلقه-رشته حلقه حلقه بین دو رشته سیم هادی از دو حلقه هم جوار.

(d) محاسبه ظرفیت خازنی حلقه-حلقه (C_{tt}) بین دو حلقه هم جوار از سیم پیچ مولد با استفاده از نتایج بند (c).

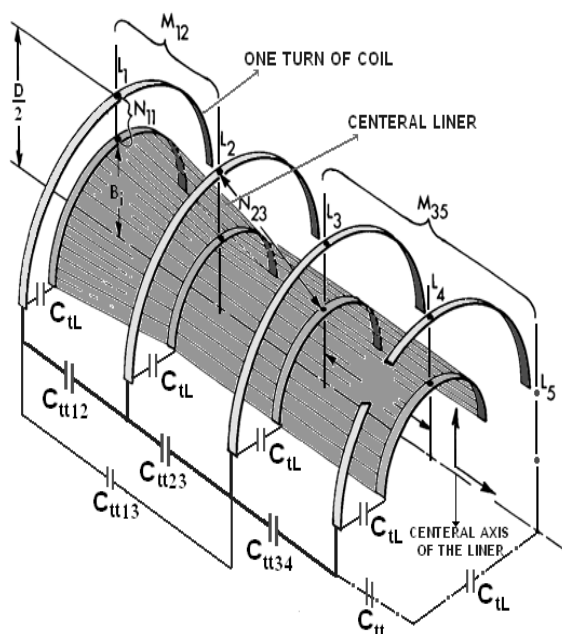
(e) محاسبه ظرفیت خازنی حلقه-هادی استوانه ای توخالی (C_{tl}) بین یک حلقه و هادی استوانه ای توخالی با استفاده از نتایج بند (b).

(f) محاسبه ظرفیت خازنی پراکندگی کل $C(n)$ ، برای n حلقه از سیم پیچ مولد با هادی متشکل از k رشته سیم تک لایه ای (با استفاده از بندهای (d) و (e)).

(j) شبیه سازی ظرفیت خازنی پراکندگی کل $C(n)$ ، برای n حلقه از سیم پیچ مولد با هادی دارای k رشته سیم تک لایه ای با استفاده از نتایج بند (f).

شکل (۵) اگرچه مشابه شکل (۴) است، اما برای نمایش ظرفیت‌های خازنی ایجاد شده n حلقه از سیم پیچ مولد به کار رفته که شامل موارد زیر است:

- ۱- ظرفیت خازنی حلقه-حلقه (C_{tt}) بین حلقه‌های سیم پیچ غیر همجوار.
- ۲- ظرفیت خازنی حلقه-حلقه (C_{tt}) بین حلقه‌های سیم پیچ همجوار.
- ۳- ظرفیت خازنی حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی (C_{tl}).



شکل ۵ طرحی از ظرفیت خازنی پراکنده کل n حلقه از سیم پیچ مولد که هر حلقه دارای k رشته سیم هادی در درون خود است.

طرحی از سطح مقطع یک حلقه از سیم پیچ با یک لایه از رشته سیم‌ها که به‌طور یکنواخت پیچیده شده در شکل (۶) نشان داده شده است.

* فرضیه برای یک حلقه k رشته‌ای مولد

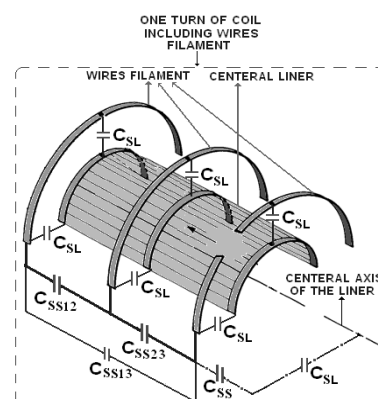
(الف) از ظرفیت خازنی بین حلقه‌های ناهم‌جوار مولد صرف‌نظر می‌شود.

(ب) فاصله هوایی تمامی رشته سیم‌های موجود در درون هر حلقه از سیم پیچ مولد از هادی استوانه‌ای توخالی را مساوی و برابر Z در نظر می‌گیریم. به این دلیل که فاصله هوایی بین رشته سیم‌های هادی و هادی استوانه‌ای توخالی بسیار بزرگتر از قطر سطح مقطع یک حلقه از سیم پیچ است و در نتیجه با خطای بسیار کمی قابل چشم‌پوشی است (شکل ۶).

(ج) از اثر نشتی خازنی بین لبه‌های دو رشته سیم هادی و بین لبه‌های رشته سیم هادی و هادی استوانه‌ای توخالی مولد صرف‌نظر می‌شود.

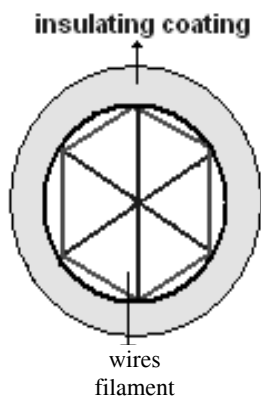
در شکل (۴) ظرفیت خازنی ایجاد شده بین رشته سیم‌های فقط یک حلقه با هادی استوانه توخالی نشان داده شده که شامل موارد زیر است:

- ۱- ظرفیت خازنی رشته-رشته (C_{ss}) بین رشته سیم‌های غیر همجوار در درون یک حلقه از سیم پیچ.
- ۲- ظرفیت خازنی رشته-رشته (C_{ss}) بین رشته سیم‌های همجوار که در یک حلقه از سیم پیچ قرار دارند.
- ۳- ظرفیت خازنی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی (C_{sl}).

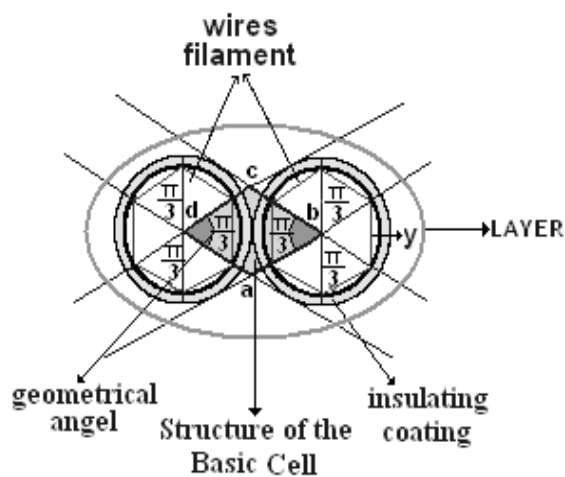


شکل ۴ طرحی از ظرفیت خازنی پراکنده کل یک حلقه چند رشته‌ای از سیم پیچ مولد تراکم شار مغناطیسی در مقیاس فرضی و غیر واقعی.

هادی مجاور مماس می شود. در این مقاله این ناحیه شش ضلعی را که شبکه شش ضلعی منظم و مشابه لانه زنبور است، با عنوان ناحیه شش ضلعی منظم لانه زنبوری^۲ (VRH) نام گذاری می کنیم.

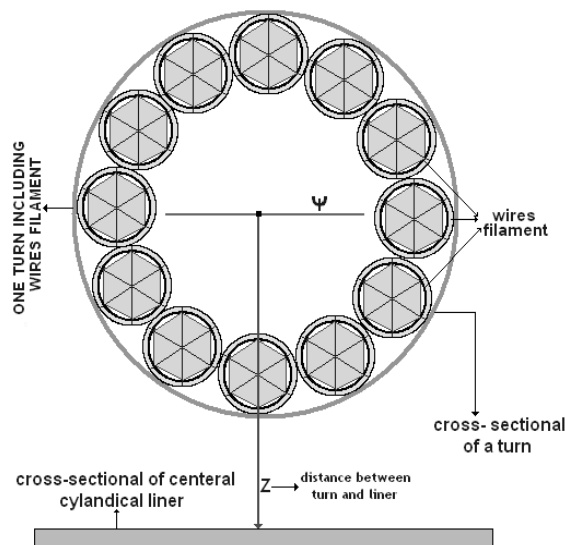


(الف) ناحیه شش ضلعی منظم لانه زنبوری



(ب) سلول بنیادی abcd

شکل ۷ سلول بنیادی لوزی متساوی الاضلاع abcd برای محاسبه ظرفیت خازنی رشته-رشته



شکل ۶ طرحی از سطح مقطع شش ضلعی منظم لانه زنبوری یک حلقه از سیم پیچ مولد با k رشته سیم هادی تک لایه ای در مقیاس فرضی و غیر واقعی

همان طور که می بینید برای به دست آوردن ظرفیت خازنی بین دو رشته از یک حلقه از سیم پیچ ابتدا یک ناحیه شش ضلعی منظم با زوایای کاملاً مساوی با زاویه $\frac{2\pi}{3}$ رادیان و اضلاع مساوی و برابر l را در داخل سطح مقطع دایره ای شکل هر رشته سیم هادی در نظر می گیریم، به گونه ای که مرکز این شش ضلعی کاملاً منطبق بر مرکز سطح مقطع دایره ای شکل هر رشته سیم هادی باشد. اندازه کمان های مقابل اضلاع این شش ضلعی به دلیل تساوی ضلع ها کاملاً با هم برابرند. یک سلول بنیادی^۱ لوزی شکل متشکل از دو ناحیه ذوزنقه ای (نواحی ۱ و ۲ در شکل ۸) را در نظر می گیریم. امتداد اضلاع این لوزی از دو رأس مجاور شش ضلعی عبور می کند و بر سطوح خارجی رشته سیم

1. Basic Cell

2. Vespiary Regular Hexagon

dc بین دو سطح المانی منطبق بر هم این دو رشته سیم هادی با مساحت ds که مقابل یکدیگر قرار دارند برابر است با:

$$dC = \epsilon \frac{ds}{g(\beta)} \quad (1)$$

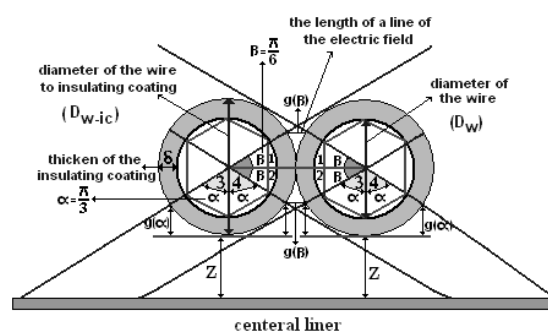
$$\epsilon = \epsilon_0 * \epsilon_r \quad (2)$$

ϵ_r ضریب گذردهی نسبی ماده دی الکتریک و $\epsilon_0 = 8.85 * 10^{-12}$ ضریب گذردهی خلأ و $g(\beta)$ طول خطوط میدان الکتریکی (گام میدان الکتریکی) بین دو سطح هادی المانی است که مقابل هم هستند. در این مطالعه طول g تابعی از موقعیت دو سطح المانی دو رشته سیم هادی از یک حلقه از سیم پیچ مولد با زاویه β بوده و ثابت نیست. بنابراین برای هر سیم هادی مدور رشته ای در داخل یک حلقه از سیم پیچ مولد، موقعیت مکانی هر سطح المانی می تواند توسط مختصات زاویه β توصیف شود (شکل ۸).

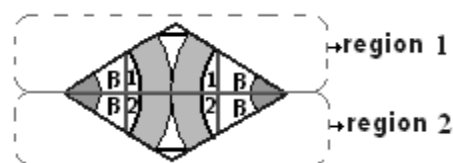
۳- ظرفیت خازنی رشته-رشته (C_{SS}) بین دو

رشته سیم هادی از یک حلقه از سیم پیچ مولد

A- ساختار سلول بنیادی لوزی شکل مدل لانه زنبوری سلول بنیادی لوزی abcd که ظرفیت خازنی رشته-رشته (C_{SS}) را تشکیل می دهد در شکل (۷) نشان داده شده است. همان طور که دیده می شود ساختار هندسی سلول بنیادی دو رشته سیم همجوار که در یک لایه قرار دارند با ساختار هندسی سلول بنیادی سایر رشته سیم های همجوار یکسان است. بنابراین ناحیه داخلی سطح مقطع هر حلقه تک لایه از سیم پیچ مولد را می توان به سلول های بنیادی مشابه و یکسان تقسیم



(الف) طرحی از مسیر $g(\beta)$ خطوط میدان الکتریکی E با زاویه β



(ب) دو ناحیه ۱ و ۲ دوزنقه در داخل سلول بنیادی لوزی

شکل ۸ طرحی از مسیر $g(\beta)$ خطوط میدان الکتریکی E با زاویه β بین دو رشته سیم همجوار در درون یک حلقه از سیم پیچ

سلول بنیادی لوزی abcd مربوط به ظرفیت خازنی رشته-رشته (C_{SS}) در شکل (۷) نشان داده شده است. در دو شکل (۶) و (۷) می توان به تقارن هندسی رشته سیم های هر حلقه از سیم پیچ پی برد. با توجه به این تقارن هندسی رشته سیم ها، قسمتی از خطوط میدان الکتریکی E که از یک رشته سیم خارج می شود، توسط دو رشته سیم همجوار در اطراف این رشته سیم احاطه می شود. با توجه به تقارن هندسی سیم پیچ، خطوط میدان الکتریکی می باید به طور یکسان بین دو رشته سیم هادی همجوار با این رشته سیم تقسیم شود. اگر دو رشته سیم هادی مجاور نزدیک به هم را در یک حلقه از سیم پیچ MCG در نظر بگیریم، ظرفیت خازنی المانی

کرد و فقط سلول‌های مجاور به هادی استوانه‌ای توخالی، با سلول رشته-رشته متفاوت خواهد بود. با تقریب ساده اولیه، می‌توانیم تمامی سلول‌های بنیادی را مشابه و یکسان در نظر بگیریم. این سلول‌های بنیادی شامل ناحیه‌ای از محیط پیرامون دو رشته سیم هادی همجوار است که تحت زاویه $\frac{\pi}{3}$ رادیان منطبق شده اند (شکل (۷)). بنابراین به منظور محاسبه ظرفیت خازنی خودی رشته-رشته (C_{SS}) هر حلقه از سیم پیچ مولد، باید از رابطه (۱) در زاویه $\frac{\pi}{3}$ رادیان انتگرال‌گیری کنیم.

این بیان برای رشته سیم‌هایی که به‌طور کامل توسط رشته سیم‌های مجاور دیگر احاطه شده‌اند به دلیل تقارن هندسی همان‌طور که در شکل‌های (۶)، (۷) و (۸) دیده می‌شود صحیح است. با فرض چشم‌پوشی از اثر خازنی لبه می‌توان زاویه مشابه و یکسان $\frac{\pi}{3}$ رادیان در نظر گرفته شده را برای تمامی رشته سیم‌ها استفاده کرد. برای سلول بنیادی لوزی نشان داده شده در شکل (۷)، سه ناحیه متفاوت توسط خطوط میدان الکتریکی قطع می‌شود که عبارتند از:

- ۱- ناحیه پوشش عایقی رشته سیم هادی اول
 - ۲- ناحیه پوشش عایقی رشته سیم هادی دوم
 - ۳- ناحیه فاصله هوایی بین دو رشته سیم هادی فوق در هر حلقه از سیم پیچ که در مجاور هم قرار دارند.
- بنابراین ظرفیت المانی DC بین رشته سیم‌های هادی مجاور در درون هر حلقه از سیم پیچ مولد معادل است با ترکیب سری ظرفیت خازنی سه خازن المانی سه ناحیه فوق. به بیانی دیگر اولین خازن مربوط به پوشش عایقی

اولین رشته سیم و دومین خازن مربوط به فاصله هوایی^۱ بین دو رشته سیم مجاور و سومین خازن مربوط به پوشش عایقی دومین رشته سیم هادی است. سطوح رشته سیم‌های هادی با تقریب خوبی هم‌پتانسیل در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که می‌بینیم مسیر خطوط میدان الکتریکی بین دو رشته سیم هادی مجاور در هر حلقه از سیم پیچ به صورت شعاعی است. با تقریب خوبی می‌توان کوتاhtترین مسیر ممکن را که موازی با خط متصل‌کننده دو مرکز دو رشته سیم هادی مدور همجوار باشد به‌عنوان مسیر خطوط میدان الکتریکی در نظر گرفت. این تقریب برای مقادیر کوچک زاویه β درست بوده و نقش مهمی در تعیین ظرفیت خازنی رشته-رشته دارد. برای مقادیر بزرگ β خطای این تقریب افزایش می‌یابد؛ بدین صورت که مقادیر بزرگ β منجر به افزایش ظرفیت خازنی نسبت به ظرفیت خازنی واقعی می‌شود. به هر حال ظرفیت خازنی رشته-رشته سطوح با افزایش مقادیر β کاهش می‌یابد و همچنین با افزایش مقادیر β ، مقدار خطای ایجاد شده در ظرفیت خازنی قابل اغماض خواهد بود.

B- ظرفیت خازنی پوشش عایقی (C_{IC}) بین دو رشته هادی مجاور در هر حلقه از سیم پیچ مولد

در این قسمت، روشی برای محاسبه ظرفیت خازنی پوشش عایقی در بین دو حلقه رشته سیم هادی همجوار که در درون یک حلقه از سیم پیچ مولد قرار دارند ارائه می‌شود. شکل (۹) سطح المانی استوانه‌ای بین سطح رشته سیم هادی و سطح پوشش عایقی را نشان می‌دهد.

1. Air-Gap

ظرفیت خازنی المانی مربوط به این پوشش عایقی استوانه‌ای برابر است با:

$$dC_{ic} = \varepsilon \frac{ds}{g(\beta)} = \varepsilon_0 * \varepsilon_r * \frac{r_{ic} * d\beta * dh}{dr_{ic}} \quad (3)$$

انتگرال‌گیری از این معادله برای دامنه شعاع r از محدوده شعاع رشته سیم هادی بدون پوشش عایقی (r_w) تا شعاع بیرونی رشته سیم همراه با پوشش عایقی (r_{w-ic}) و برای h (همان طول حلقه رشته سیم هادی) از محدوده صفر تا طول حلقه رشته سیم هادی (l_{ts})، ظرفیت خازنی پوشش عایقی محدود به زاویه المانی $d\beta$ را به صورت ذیل به دست می‌دهد:

$$dC_{ic} = \varepsilon_0 * \varepsilon_r * d\beta * \int_0^{l_{ts}} dh \int_{r_w}^{r_{w-ic}} \frac{r_{ic}}{dr_{ic}} \quad (4)$$

بنابراین:

$$dC_{ic} = \varepsilon_0 * \varepsilon_r * \frac{l_{ts}}{\ln \left(\frac{r_{w-ic}}{r_w} \right)} d\beta \quad (5)$$

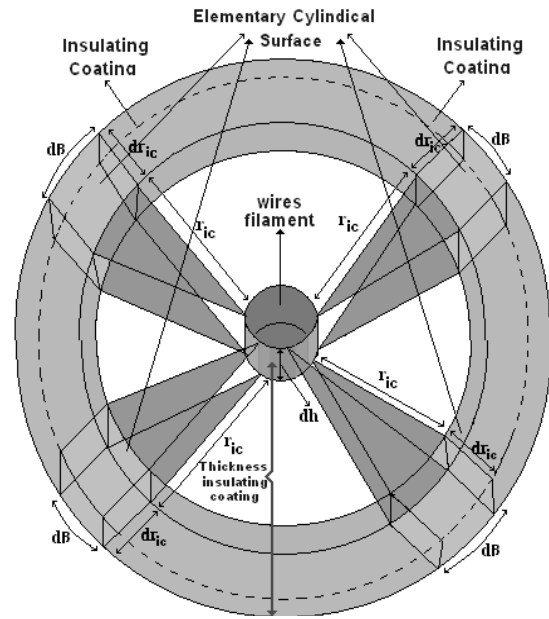
از سوی دیگر دو عایق پوششی دو رشته سیم هادی در درون هر حلقه از سیم پیچ مولد به صورت سری با هم قرار دارند، بنابراین ظرفیت خازنی المانی پوشش عایقی سلول بنیادی دو رشته سیم هادی مجاور هم با زاویه β برابر است با:

$$\frac{1}{dC_{ic \rightarrow ss}} = \frac{1}{dC_{ic}} + \frac{1}{dC_{ic}} = \frac{2}{dC_{ic}} \quad (6)$$

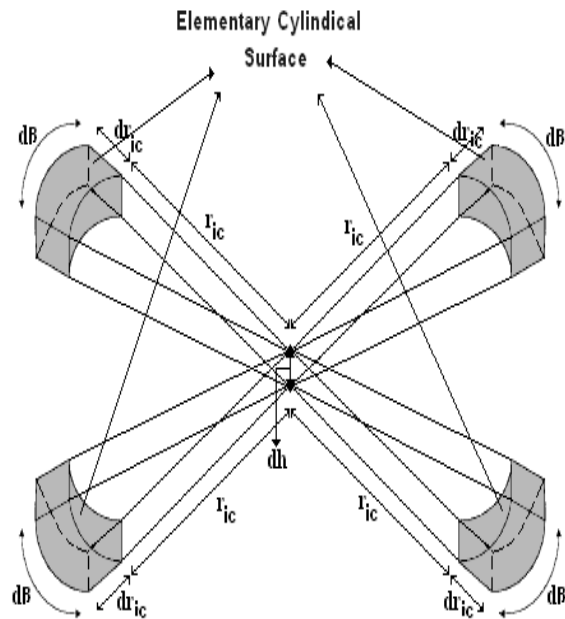
$$dC_{ic \rightarrow ss} = \frac{dC_{ic}}{2} \quad (7)$$

بنابراین ظرفیت خازنی المانی پوشش عایقی سلول بنیادی برابر است با:

$$dC_{ic \rightarrow ss} = \varepsilon_0 * \varepsilon_r * \frac{l_{ts}}{2 * \ln \left(\frac{r_{w-ic}}{r_w} \right)} d\beta \quad (8)$$



(الف)



(ب)

شکل ۹ سطح مقطع المانی استوانه‌ای در داخل پوشش عایقی در مقیاس فرضی و غیر واقعی

با انتگرال‌گیری از رابطه فوق بر حسب β ظرفیت خازنی پوشش عایقی دو رشته سیم هادی مجاور در درون یک حلقه از سیم‌پیچ مولد تراکم شار مغناطیسی به دست می‌آید:

(۱۵)

$$C_{ag \rightarrow ss}(\beta) = \frac{1}{2} * \epsilon_0 * l_{ts} \int_{\beta=0}^{\beta=\frac{\pi}{6}} \frac{1}{1-\cos(\beta)} d\beta$$

۴- ظرفیت خازنی رشته- رشته (C_{ss}) بین دو رشته سیم همجوار در درون یک حلقه از سیم‌پیچ مولد

از آنجا که ظرفیت خازنی دو ناحیه (۱) و (۲) بین دو رشته سیم هادی همجوار به صورت موازی با هم ترکیب می‌شوند، داریم:

(۱۶)

$$dC_{ss}(\beta) = dC_{ss1}(\beta) + dC_{ss2}(\beta) = 2 * dC_{ss1}(\beta)$$

$dC_{ss1}(\beta)$ ظرفیت خازنی کل ناحیه ۱ و $dC_{ss2}(\beta)$ ظرفیت خازنی کل ناحیه ۲ در بین دو رشته سیم هادی است که با توجه به تقارن هندسی دو ناحیه ۱ و ۲ در شکل (۸)، ظرفیت خازنی این دو ناحیه با هم برابر است. از آنجا که ظرفیت خازنی المانی پوشش عایقی و ظرفیت خازنی المانی فاصله هوایی بین دو رشته سیم هادی همجوار هر یک از دو ناحیه ذوزنقه‌ای (ناحیه ۱ یا ۲) به صورت سری با هم ترکیب می‌شوند، بنابراین ظرفیت خازنی معادل کل بین دو رشته سیم هادی همجوار با توجه به (۱۶) برابر است با:

$$dC_{ss}(\beta) = 2 * [dC_{ss1}(\beta) = \frac{dC_{ic \rightarrow ss} * dC_{ag \rightarrow ss}(\beta)}{dC_{ic \rightarrow ss} + 2C_{ag \rightarrow ss}(\beta)}] \quad (۱۷)$$

در نتیجه ظرفیت خازنی کل رشته-رشته (C_{ss}) دو رشته سیم همجوار در درون هر حلقه از سیم‌پیچ مولد

با انتگرال‌گیری از رابطه فوق بر حسب β ظرفیت خازنی پوشش عایقی دو رشته سیم هادی مجاور در درون یک حلقه از سیم‌پیچ مولد تراکم شار مغناطیسی به دست می‌آید:

$$C_{ic \rightarrow ss}(\beta) = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{l_{ts}}{2 * \ln\left(\frac{r_w}{r_{w-ic}}\right)} \beta \quad (۹)$$

C- ظرفیت خازنی فاصله هوایی (C_{ag}) بین دو رشته هادی مجاور در درون هر حلقه از سیم‌پیچ مولد با توجه به شکل (۷) و (۸) زاویه β برابر است با:

$$\cos(\beta) = 1 - \frac{g(\beta)}{D_{w-ic}} \quad (۱۰)$$

بنابراین طول مسیر میدان الکتریکی که تابعی از زاویه β است برابر است با:

$$g(\beta) = D_{w-ic} * (1 - \cos(\beta)) \quad (۱۱)$$

مساحت سطح المانی رشته سیم هادی که شامل پوشش عایقی و به شکل حلقه المانی و به طول حلقه رشته سیم هادی (l_{ts}) است برابر است با:

$$ds = \frac{1}{2} * l_{ts} * D_{w-ic} d\beta \quad (۱۲)$$

همچنین ظرفیت خازنی بین دو رشته سیم مجاور مربوط به فاصله هوایی در درون هر حلقه برابر است با:

$$dC_{ag} = \epsilon_0 * \frac{ds}{g(\beta)} \quad (۱۳)$$

در این صورت ظرفیت خازنی کل $dC_{ag \rightarrow ss}$ مربوط به فاصله هوایی بین دو رشته سیم هادی مجاور برابر است با:

$$dC_{ag \rightarrow ss}(\beta) = \epsilon_0 * \frac{l_{ts} * D_{w-ic}}{2 * g(\beta)} d\beta = \epsilon_0 * \frac{l_{ts}}{2 * (1 - \cos(\beta))} d\beta \quad (۱۴)$$

یادآوری می‌شود که برای محاسبه ظرفیت خازنی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی فقط یک عایق پوششی داریم. بنابراین:

$$dC_{ic \rightarrow sl} = dC_{ic} = \frac{\epsilon_0 * \epsilon_r * l_{ts}}{\ln\left(\frac{r_w - ic}{r_w}\right)} d\alpha \quad (21)$$

با انتگرال‌گیری از این رابطه داریم:

$$C_{ic \rightarrow sl} = \frac{\epsilon_0 * \epsilon_r * l_{ts}}{\ln\left(\frac{r_w - ic}{r_w}\right)} * \alpha \quad (22)$$

از سوی دیگر طول مسیر خطوط میدان الکتریکی در فاصله هوایی بین رشته سیم هادی و خط ψ فرضی که به‌طور میانگین از وسط حلقه سیم‌پیچ می‌گذرد برابر Z است. همچنین سلول بنیادی ظرفیت خازنی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی نسبت به سلول بنیادی ظرفیت خازنی رشته-رشته وسیع‌تر و بزرگتر بوده و بخشی از محیط رشته سیم هادی که با تقریب ساده منطبق بر زاویه $\frac{2\pi}{3}$ است، شامل سلول بنیادی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی خواهد بود (شکل ۸).

با توجه به شکل‌های (۷) و (۸) زاویه α برابر است با:

$$\cos(\alpha) = 1 - \frac{2g(\alpha)}{D_{w-ic}} \quad (23)$$

بنابراین طول مسیر میدان الکتریکی که تابعی از زاویه α باشد برابر است با:

$$g(\alpha) = \frac{D_{w-ic} * (1 - \cos(\alpha))}{2} \quad (24)$$

مساحت سطح المانی رشته سیم هادی که شامل پوشش عایقی و به شکل حلقه المانی و به‌طول حلقه رشته سیم هادی (l_{ts}) باشد برابر است با:

$$ds = \frac{1}{2} * l_{ts} * D_{w-ic} d\alpha \quad (25)$$

تراکم شار مغناطیسی MCG با در نظر گرفتن اثر پوشش عایقی برابر است با:

$$dC_{ss}(\beta) = \frac{\epsilon_0 * l_{ts}}{1 - \cos(\beta) + 2 * \ln\left(\frac{D_{w-ic}}{D_w}\right) \epsilon_r^{-1}} d\beta \quad (18)$$

با انتگرال‌گیری از (۱۸) و جایگزینی پارامترها و با توجه به اینکه کران پایین و بالا زاویه β برابر صفر و $\frac{\pi}{6}$ است، ظرفیت خازنی (C_{ss}) بین دو رشته هادی برابر است با:

$$C_{ss}(\beta) = \epsilon_0 * l_{ts} * \int_0^{\beta} \frac{1}{1 - \cos(\beta) + 2 * \ln(K1) \epsilon_r^{-1}} d\beta \quad (19)$$

$$C_{ss}(\beta) = \epsilon_0 * l_{ts} * \int_0^{\beta} \frac{1}{1 - \cos(\beta) + 2 * \ln(K1) \epsilon_r^{-1}} d\beta \quad (20)$$

$$C_{ss} = \epsilon_0 * \epsilon_r * l_{ts} * \left(\frac{\text{Arc tan}\left(\tan\left(\frac{\pi}{24}\right) * \sqrt{K2}\right)}{\sqrt{K3}} \right)$$

$$K1 = \frac{D_{w-ic}}{D_w} \quad \text{که در آن:}$$

$$K2 = \epsilon_r * (\ln(K1))^{-1} + 1$$

$$K3 = \epsilon_r * \ln(K1) + (\ln(K1))^2$$

۵- ظرفیت خازنی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی C_{sl} بین یک رشته سیم درون هر حلقه از سیم‌پیچ و هادی استوانه‌ای توخالی مولد

برای محاسبه ظرفیت خازنی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی (C_{sl}) نخست از رابطه (۵) برای محاسبه ظرفیت پوشش عایقی - که بین رشته سیم هادی و هادی استوانه‌ای توخالی قرار دارد - استفاده می‌کنیم. در اینجا

از آنجا که ظرفیت خازنی بین رشته سیم هادی و هادی استوانه‌ای توخالی دو ناحیه ۳ و ۴ به صورت موازی با هم ترکیب می‌شوند داریم:

(۳۰)

$$dC_{sl}(\alpha) = dC_{sl3}(\alpha) + dC_{sl4}(\alpha) = 2 * dC_{sl3}(\alpha)$$

$dC_{sl3}(\alpha)$ ظرفیت خازنی کل ناحیه ۳ و $dC_{sl4}(\alpha)$ ظرفیت خازنی کل ناحیه ۴ در بین رشته سیم هادی و هادی استوانه‌ای توخالی است که با توجه به تقارن هندسی دو ناحیه ۳ و ۴ در شکل (۸)، ظرفیت خازنی این دو ناحیه با هم برابر است.

با توجه به ترکیب سری ظرفیت خازنی المانی فاصله هوایی و پوشش عایقی هر یک از دو ناحیه ذوزنقه‌ای (ناحیه ۳ و ۴)، ظرفیت خازنی معادل کل بین یک رشته سیم هادی در درون هر حلقه از سیم پیچ با هادی استوانه‌ای توخالی با توجه به (۳۰) برابر است با:

(۳۱)

$$dC_{sl}(\alpha) = 2 * [dC_{sl3}(\alpha) = \frac{dC_{ag \rightarrow sl} * dC_{ic \rightarrow sl}}{dC_{ic \rightarrow sl} + 2dC_{ag \rightarrow sl}}$$

با جایگزینی پارامترها و با انتگرال‌گیری از (۳۱) و با توجه به اینکه کران بالا و پایین α برابر صفر و $\frac{\pi}{3}$ است داریم:

(۳۲)

$$C_{sl}(\alpha) = K10 * \frac{\text{Arc tan} \left[\frac{K9}{\sqrt{K6+K7+K8}} * \frac{1}{\sqrt{3}} \right]}{\sqrt{K6+K7+K8}}$$

که

$$\begin{aligned} K6 &= \epsilon_r^2 * Z(D_{w-ic} + Z) \\ K7 &= D_{w-ic} \epsilon_r (D_{w-ic} + 2Z) \ln[K1] \\ K8 &= D_{w-ic}^2 \ln^2 [K1] \\ K9 &= \epsilon_r (D_{w-ic} + Z) + (D_{w-ic} * \ln(K1)) \\ K10 &= 2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * l_{ts} * D_{w-ic} \end{aligned}$$

همچنین ظرفیت خازنی خودی بین رشته سیم هادی و هادی استوانه‌ای توخالی مربوط به فاصله هوایی برابر است با:

(۲۶)

$$dC_{ag \rightarrow sl} = \epsilon_0 * \frac{ds}{g(\alpha)+Z}$$

$dC_{ag \rightarrow sl}$ ظرفیت خازنی کل مربوط به ناحیه ۳ فاصله هوایی بین رشته سیم هادی و هادی استوانه‌ای توخالی است. با توجه به توضیحات بالا و روابط (۲۵) و (۲۶) ظرفیت خازنی فاصله هوایی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی ناحیه (۳) برابر است با:

(۲۷)

$$dC_{ag \rightarrow sl}(\alpha) = \frac{\epsilon_0 * l_{ts} * D_{w-ic}}{2(g(\alpha)+Z)} d\alpha$$

با جایگزینی رابطه (۲۴) در (۲۷) ظرفیت خازنی فاصله هوایی بین رشته و هادی استوانه‌ای توخالی ناحیه ۳ برابر است با:

(۲۸)

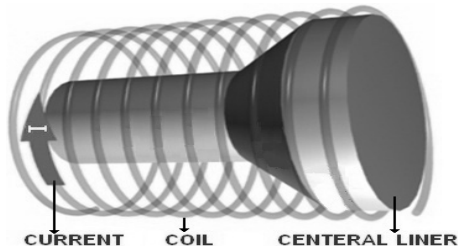
$$dC_{ag \rightarrow sl}(\alpha) = \frac{\epsilon_0 * l_{ts} * D_{w-ic}}{D_{w-ic} * (1 - \cos(\alpha)) + 2Z} d(\alpha)$$

با توجه به شکل‌های (۷) و (۸) و این‌که کران بالا و پایین α به ترتیب برابر صفر و $\frac{\pi}{3}$ است و همچنین با انتگرال‌گیری از (۲۸) در این محدوده، ظرفیت خازنی فاصله هوایی بین هادی استوانه‌ای توخالی و رشته سیم هادی ناحیه ۳ - که درون یک حلقه قرار دارد - برابر است با:

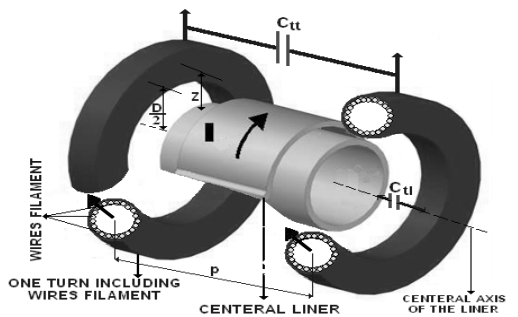
(۲۹)

$$C_{ag \rightarrow sl}(\alpha) = \epsilon_0 * l_{ts} * D_{w-ic} * \frac{\text{Arc tan} \left[\sqrt{\frac{(D_{w-ic}+Z)}{3+Z}} \right]}{Z * \sqrt{1 + \frac{D_{w-ic}}{Z}}}$$

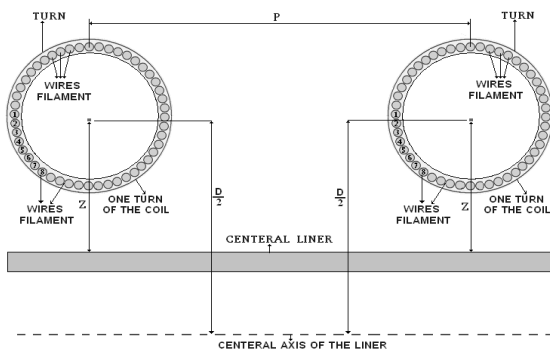
فاصله بین مراکز دو رشته سیم همجوار) حلقه‌های سیم‌پیچ مولد است.



شکل ۱۰ شکل واقعی هادی استوانه‌ای توخالی و حلقه‌های دارای K رشته سیم هادی با سطح مقطع دایره‌ای MCG.



الف) دو حلقه مجاور که K رشته سیم هادی با سطح مقطع دایره‌ای دارند.



ب) سطح مقطع دو حلقه مجاور که K رشته سیم هادی با سطح مقطع دایره‌ای دارند.

شکل ۱۱ سطح مقطع دایره‌ای شکل حلقه‌ها همراه با هادی استوانه‌ای توخالی در مرکز سیم‌پیچ MCG

۶- محاسبه ظرفیت خازنی حلقه - حلقه (C_{tt}) مولد

سطح مقطع رشته سیم‌های هادی در هر حلقه را می‌توان دایره‌ای در نظر گرفت که به صورت یکنواخت بر روی هادی استوانه‌ای توخالی پیچیده شده است (شکل‌های (۱۰)، (۱۱)).

به منظور تحلیل ظرفیت خازنی بین دو حلقه از سیم‌پیچ مولد، نخست باید ظرفیت خازنی رشته حلقه - رشته حلقه (C_{stst}) بین دو رشته سیم هادی از دو حلقه همجوار را به دست آوریم. از سویی می‌توانیم ظرفیت خازنی بین دو رشته سیم از دو حلقه همجوار را با ظرفیت خازنی واحد طول دو هادی موازی مستقیم به طول بی‌نهایت واقع در ماده همگن که از خمیدگی و انحنای حلقه‌ها چشم‌پوشی شده معادل‌سازی کنیم.

با در نظر گرفتن فرضهای ساده قبلی و با توجه به این که اگر ضخامت t پوشش عایقی رشته سیم هادی در درون هر حلقه از سیم‌پیچ مولد در مقایسه با فاصله هوایی (فاصله بین مراکز دو رشته سیم از دو حلقه همجوار) (p-2r_{w-ic}) کوچک باشد، می‌توانیم روشی تحلیلی را برای محاسبه ظرفیت خازنی رشته حلقه - رشته حلقه (C_{stst}) برای رشته سیم‌هایی با سطح مقطع دایره‌ای ارائه کنیم [۱۲].

با توجه به اینکه تنها عامل ایجاد کننده ظرفیت خازنی بین دو رشته سیم هادی بدون پوشش عایقی از دو حلقه همجوار، فاصله هوایی بین دو رشته سیم هادی است، بنابراین برای ظرفیت خازنی رشته حلقه - رشته حلقه (C_{stst}) بین دو رشته سیم هادی بدون پوشش عایقی از دو حلقه همجوار مولد داریم:

$$C_{stst} = \frac{\epsilon_0 \cdot \pi^2 \cdot D}{\ln\left(\frac{p}{D_w} + \sqrt{\left(\frac{p}{D_w}\right)^2 - 1}\right)} \quad (33)$$

D قطر داخلی حلقه رشته سیم، D_w قطر سطح مقطع دایره‌ای رشته سیم هادی و P گام سیم‌پیچی

در نتیجه با جایگذاری روابط (۳۴) و (۳۵) در (۳۷) برای محاسبه ظرفیت خازنی بین دو رشته سیم هادی از دو حلقه همجوار و با فرض این که پوشش عایقی (t) دارای ضریب دی الکتریک ϵ_r و میدان الکتریکی در پوشش عایقی (t) به صورت شعاعی باشد، داریم:

$$C_{stst} = \frac{\pi^2 * \epsilon_0 * D}{\ln \left[A + \sqrt{[A]^2 - \left(\frac{D_{W-ic}}{D_w}\right)^{2 * \epsilon_r^{-1}}} \right]} \quad (38)$$

که در آن:

$$A = \frac{p}{D_w * \left(1 - \frac{2t}{D_w}\right)^{(1 - \epsilon_r^{-1})}}$$

از آنجا که هر حلقه دارای K رشته سیم هادی در درون خود است و با فرض اینکه فاصله هر رشته سیم هادی در درون حلقه اولی با تمامی رشته سیم های درون حلقه دومی یکسان و برابر p (گام سیم پیچی) باشد، بنابر اصل جمع آثار در بین دو حلقه همجوار به تعداد K^2 ظرفیت خازنی رشته حلقه- رشته حلقه (C_{stst}) وجود دارد. با توجه به ترکیب سری ظرفیت های خازنی رشته حلقه- رشته حلقه (C_{stst}) مربوط به K رشته سیم هادی دو حلقه همجوار، ظرفیت خازنی کل بین دو حلقه همجوار ناشی از K رشته سیم هادی برابر است با:

$$\frac{1}{C_{tt}} = \frac{1}{C_{stst}} + \frac{1}{C_{stst}} + \dots + \frac{1}{C_{stst}} = \frac{K^2}{C_{stst}} \quad (39)$$

در نتیجه داریم:

$$C_{tt} = \frac{C_{stst}}{K^2} = \frac{\pi^2 * \epsilon_0 * D}{K^2 * \ln \left[\left[\frac{p}{Q}\right] + \sqrt{\left[\frac{p}{Q}\right]^2 - \left(\frac{D_{W-ic}}{D_w}\right)^{2 * \epsilon_r^{-1}}} \right]} \quad (40)$$

که در آن:

$$Q = D_w * \left(1 - \frac{2t}{D_w}\right)^{(1 - \epsilon_r^{-1})}$$

و C_{tt} ظرفیت خازنی بین دو حلقه همجوار است.

به منظور به دست آوردن رابطه ای مناسب برای محاسبه ظرفیت خازنی پراکندگی معادل شبکه سیم پیچ مولد، نخست ظرفیت خازنی مرتبط با پوشش عایقی و ظرفیت خازنی مرتبط با فاصله هوایی بین رشته سیم های هادی را به صورت ترکیب سری در مدار معادل در نظر می گیریم. با استفاده از رابطه ظرفیت خازنی مدل استوانه ای، ظرفیت خازنی (C_{ic}) بین دو رشته سیم هادی مرتبط با پوشش عایقی برابر است با:

$$C_{ic} = \frac{2 * \pi * \epsilon_r}{\ln \left(1 + \frac{2t}{D_w}\right)} \quad (34)$$

و برای ظرفیت خازنی C_{ag} مرتبط با فاصله هوایی:

$$C_{ag} = \frac{\pi * \epsilon_0}{\ln \left[\left(\frac{p}{D_{W-ic}} + \sqrt{\left(\frac{p}{D_{W-ic}}\right)^2 - 1}\right) \right]} \quad (35)$$

D_{W-ic} مجموع قطر سیم و پوشش عایقی، D_w قطر سطح مقطع دایره ای رشته سیم هادی و P گام سیم پیچی (فاصله بین مراکز دو رشته سیم همجوار) حلقه های سیم پیچ مولد است.

همچنین به دلیل وجود دو پوشش عایقی مربوط به دو رشته سیم هادی از دو حلقه همجوار که به صورت سری ترکیب می شوند، داریم:

$$C_{ic \rightarrow stst} = \frac{C_{ic}}{2} = \frac{\pi * \epsilon_r}{\ln \left(1 + \frac{2t}{D_w}\right)} \quad (36)$$

مجموع ظرفیت خازنی مربوط به دو پوشش عایقی

دو رشته سیم هادی از دو حلقه همجوار سیم پیچ مولد است.

بنابراین ظرفیت خازنی معادل ترکیب سری فاصله هوایی و پوشش عایقی این دو رشته سیم هادی از دو حلقه همجوار سیم پیچ مولد برابر است با:

$$C_{stst} = \frac{C_{ic \rightarrow stst} * C_{ag}}{C_{ic \rightarrow stst} + C_{ag}} = \frac{C_{ic} * C_{ag}}{C_{ic} + 2C_{ag}} \quad (37)$$

C_{stst} ظرفیت خازنی بین دو رشته سیم هادی از دو

حلقه همجوار است.

۷- ظرفیت خازنی پراکنده (C_{tl}) بین یک حلقه دارای K رشته سیم با هادی استوانه‌ای توخالی مولد

می‌توان ظرفیت خازنی بین یک حلقه دارای K رشته سیم هادی و هادی استوانه‌ای توخالی مرکزی مولد را با صرف نظر کردن از انحنا و خمیدگی رشته سیم‌های هادی به دست آورد. با توجه به مطالب قبلی و با در نظر گرفتن فرضیه‌های ساده کننده قبلی و این که اگر ضخامت پوشش عایقی (t) رشته سیم‌های هادی در مقایسه با فاصله هوایی (Z) کوچک باشد، می‌توانیم ظرفیت خازنی بین رشته سیم هادی و هادی استوانه‌ای توخالی (C_{sl}) را برای سیم‌هایی با سطح مقطع دایره‌ای با پوشش عایقی مولد با توجه به (۳۲) به دست آوریم. از طرفی با توجه به اینکه هر حلقه دارای K رشته سیم تک‌لایه در درون خود است و همچنین با توجه به ترکیب موازی ظرفیت‌های خازنی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی (C_{sl})، K رشته سیم، مقدار ظرفیت خازنی کل هر حلقه ناشی از ظرفیت خازنی رشته-هادی استوانه‌ای توخالی K رشته سیم برابر است با:

$$C_{tl} = C_{sl} + C_{sl} + \dots + C_{sl} = KC_{sl} \quad (41)$$

C_{tl} ظرفیت خازنی بین حلقه و هادی استوانه‌ای توخالی است. در نتیجه داریم:

$$C_{tl} = (K) * K10 * \frac{\text{Arc tan} \left[\frac{K9}{\sqrt{K6+K7+K8}} * \frac{1}{\sqrt{3}} \right]}{\sqrt{K6+K7+K8}} \quad (42)$$

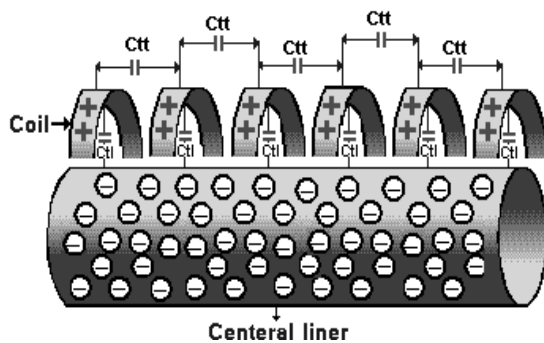
۸- ظرفیت خازنی پراکنده کل مولد تراکم شار مغناطیسی

به منظور به دست آوردن ظرفیت خازنی پراکنده کل سیم پیچ مولد، همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده، نخست با استفاده از مقادیر ظرفیت خازنی حلقه-حلقه (C_{tt}) و ظرفیت

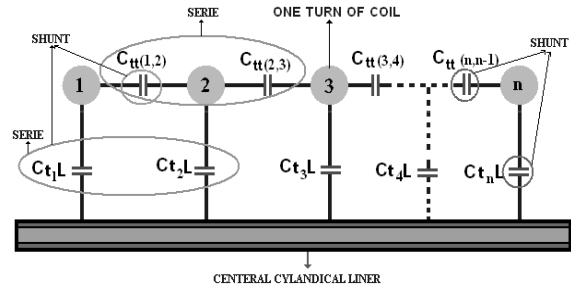
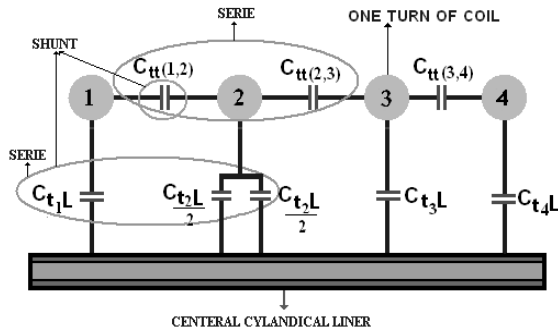
خازنی حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی (C_{tl}) مطابق شکل (۱۲) ظرفیت خازنی پراکنده کل $C(n)$ ، n حلقه هم‌جوار تک‌لایه از سیم پیچ مولد MCG را - که هر حلقه دارای K رشته سیم هادی در درون خود است - محاسبه می‌کنیم [۱۶]. شبکه‌ای متشکل از خازن‌های متمرکز مطابق شکل (۱۳) می‌تواند ظرفیت خازنی پراکنده کل (حلقه-حلقه) به علاوه حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی را توصیف کند. بنابراین مدار معادل به صورت یک شبکه خازنی پراکنده کل $C(n)$ در نظر گرفته می‌شود [۱۸].

شبکه‌ای از خازن‌های متمرکز برای n حلقه، هر حلقه دارای K رشته سیم هادی تک‌لایه که به دور هادی استوانه‌ای توخالی پیچیده شده، در شکل (۱۲) نشان داده شده است و برای n حلقه، شبکه خازنی نشان داده شده در شکل (۱۳) باید حل شود.

هادی استوانه‌ای توخالی می‌تواند به صورت یک گره در نظر گرفته شود که ظرفیت خازنی حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی (C_{tl}) متصل به این گره است.



شکل ۱۲ طرحی از فضای هندسی n حلقه دارای K رشته سیم هادی تک‌لایه و هادی استوانه‌ای توخالی در مرکز حلقه‌های سیم پیچ و ظرفیت خازنی پراکنده حلقه-حلقه (C_{tt}) و ظرفیت خازنی پراکنده حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی (C_{tl}) در مقیاس فرضی و غیر واقعی



شکل ۱۳ ظرفیت خازنی متمرکز n حلقه تک لایه از سیم پیچ مولد MCG در مقیاس فرضی و غیر واقعی

شکل ۱۴ ظرفیت خازنی بین رشته سیم های هادی در حلقه پیچیده شده به دور هادی استوانه ای توخالی واقع در مرکز سیم پیچ

در نتیجه داریم:

$$C(n = 3) = C(1,2,3) = \frac{C_{tt}}{2} + \frac{C_{tl}}{2} \quad (44)$$

به منظور به دست آوردن ظرفیت خازنی کل چهار حلقه متشکل از K رشته سیم هادی در درون حلقه ها، می توانیم یک حلقه دیگر را در کنار سه حلقه در نظر بگیریم. بنابراین ظرفیت خازنی کل برابر است با ظرفیت خازنی چیدمان قبلی (دو حلقه) که به طور سری با ظرفیت خازنی حلقه به حلقه و به طور موازی با ترکیب سری ظرفیت خازنی حلقه- هادی استوانه ای توخالی قرار دارد. بنابراین برای n=4 داریم:

$$C(n = 4) = C(1,2,3,4) = \frac{C_{tt} * C(2)}{C_{tt} + 2 * C(2)} + \frac{C_{tl}}{2} \quad (45)$$

به منظور به دست آوردن ظرفیت خازنی کل n حلقه می توانیم در هر بار یک حلقه را در کنار حلقه های قبلی اضافه کنیم که در این صورت به این روش می توان ظرفیت خازنی پراکندگی کل سیم پیچ مولد تراکم شار مغناطیسی MCG با هر تعداد حلقه را محاسبه کرد.

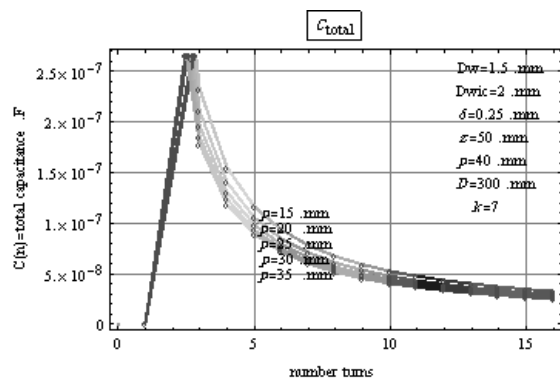
برای n حلقه از سیم پیچ مولد که هر حلقه متشکل از تعداد زیادی رشته سیم هادی در درون خود است، نخست دو حلقه همجوار را از میان حلقه های سیم پیچ مولد در نظر می گیریم. برای این دو حلقه (n=2)، ظرفیت خازنی شبکه، متشکل از ظرفیت خازنی (C_{tt}) بین دو حلقه ۱ و ۲ که به طور موازی با ترکیب سری ظرفیت های خازنی حلقه- هادی استوانه ای توخالی (C_{t(1)l}) و (C_{t(2)l}) قرار دارد.

$C_{t(2)l} = C_{t(1)l} = C_{tl}$
 و C_{t(2)l} و C_{t(1)l} به ترتیب ظرفیت خازنی حلقه های ۱ و ۲ با هادی استوانه ای توخالی استوانه ای مرکزی است. بنابراین ظرفیت خازنی معادل با این دو حلقه همجوار برابر است با:

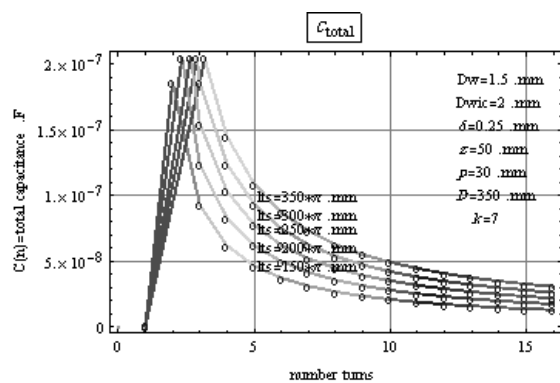
$$C(n = 2) = C(1,2) = C_{tt} + \frac{C_{tl}}{2} \quad (43)$$

برای تعداد بیشتر حلقه ها، نخست سه حلقه مجاور را از میان سیم پیچ مولد مورد نظر در نظر می گیریم. ظرفیت خازنی معادل این شبکه خازنی با سه حلقه (n=3) را می توان با تقسیم ظرفیت خازنی (C_{t(2)l}) به دو قسمت مساوی و استفاده از تبدیل اتصال مثلث به ستاره (Δ/Y) به دست آورد (شکل (۱۴)).

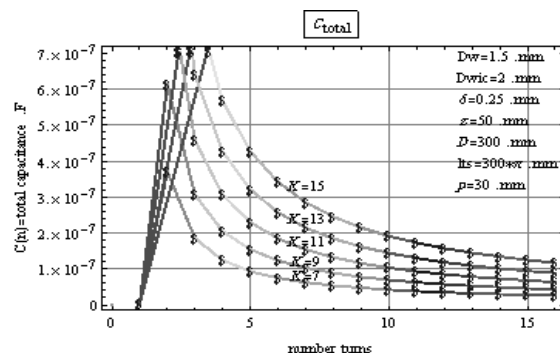
مقطع مؤثر بین حلقه و هادی استوانه‌ای توخالی کاهش می‌یابد و در نهایت ظرفیت خازنی بین حلقه و هادی استوانه‌ای توخالی کاهش خواهد یافت.



شکل ۱۵ ظرفیت خازنی کل MCG برای مقادیر مختلف گام سیم‌پیچی



شکل ۱۶ ظرفیت خازنی کل n حلقه از سیم‌پیچ MCG برای مقادیر مختلف طول حلقه رشته سیم هادی



شکل ۱۷ ظرفیت خازنی کل n حلقه از سیم‌پیچ MCG برای مقادیر مختلف تعداد رشته سیم‌های هادی

بنابراین برای سیم‌پیچ مولد متشکل از n حلقه تک‌لایه که هر حلقه دارای K رشته سیم هادی در درون خود باشد داریم:

$$C(n) = \frac{C_{tt} * C(n-2)}{C_{tt} + 2 * C(n-2)} + \frac{C_{tl}}{2} \quad (47)$$

C(n-2) ظرفیت خازنی پراکنده (n-2) حلقه از سیم‌پیچ مولد MCG متشکل از K رشته سیم هادی است. که n تعداد کل حلقه‌های موجود در سیم‌پیچ مولد مورد نظر است.

۹- نتایج شبیه‌سازی

با توجه به شکل‌های (۱۵)، (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) حاصل از شبیه‌سازی ظرفیت خازنی کل C(n) مولد تراکم شار مغناطیسی مشاهده می‌شود که با پیشروی انفجار و گسترش هادی استوانه‌ای توخالی و کاهش تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ مولد، ظرفیت خازنی کل مولد در حین کاهش تعداد حلقه‌ها، افزایش می‌یابد. این افزایش ظرفیت خازنی تا هنگامی که تعداد حلقه‌های موجود در مدار به دو حلقه کاهش یابد ادامه خواهد یافت اما مشاهده می‌شود که هنگامی که فقط یک حلقه در مدار باقی می‌ماند، کاهش نزولی در ظرفیت خازنی کل مولد رخ می‌دهد که علت آن باقی ماندن فقط یک حلقه در مدار است؛ زیرا فقط ظرفیت خازنی حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی حضور دارد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی می‌توان گفت که این کاهش نزولی شدید در مقدار ظرفیت خازنی کل پراکنده در حلقه اول، این نکته مهم را بیان می‌کند که ظرفیت خازنی ناشی از ظرفیت خازنی حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی، آثار تحمیلی بیشتری را بر نتایج حاصل اعمال می‌کند و در این حالت پارامتر گام سیم‌پیچی (p) دیگر اثری نخواهد داشت. مهمترین دلیل این کاهش نزولی، آن است که در حلقه انتهایی با پیشروی انفجار، طول حلقه کاهش یافته و در نتیجه سطح

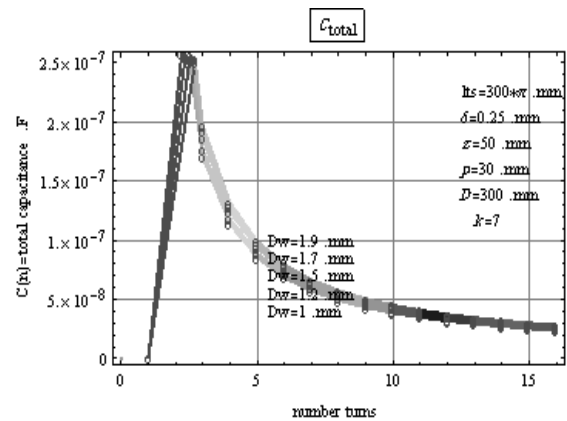
حلقه k رشته‌های دو لایه نسبت به حلقه k رشته‌های تک‌لایه دارای ظرفیت خازنی پراکندگی بیشتری است. از سویی حلقه k رشته‌های دو لایه نسبت به حلقه k رشته‌های تک‌لایه در فرکانس‌های بالا دارای مقاومت اهمی بیشتری است. بنابراین استفاده از حلقه‌های k رشته‌های دو لایه برای طراحی القاگرهای مولد در فرکانس‌های بسیار بالا مناسب به نظر نمی‌رسد، از سوی دیگر ظرفیت خازنی پراکندگی حلقه‌های k رشته‌های سه لایه کاهش می‌یابد. اما حل شبکه خازنی متمرکز حلقه‌ها با سه لایه بسیار دشوار و پیچیده است. و از سوی دیگر اثر همسایگی حلقه‌ها با افزایش تعداد لایه‌ها افزایش می‌یابد.

بنابراین با توجه به دلایل بالا از سیم‌پیچ‌های دارای سطح مقطع تک‌لایه باید در فرکانس‌های بسیار بالا، در مولدهای تراکم شار مغناطیسی استفاده شود.

۱۰- نتیجه‌گیری

در این مقاله ظرفیت خازنی پراکندگی سیم‌پیچ مولد MCG دارای K رشته سیم هادی تک‌لایه از دو مدار معادل ساده شده با پارامترهای بسط داده شده به دست آمده. مدل نهایی شامل مقاومت سری شده با اندوکتانس معادل هر حلقه و موازی با ظرفیت خازنی بین حلقه‌های همجوار است.

در این مقاله روشی به نام مدل شش ضلعی منظم لانه زنبوری برای محاسبه ظرفیت خازنی پراکندگی بین رشته سیم‌های هادی تک‌لایه در درون هر حلقه و در نهایت در بین حلقه‌های سیم‌پیچ و نیز بین حلقه و هادی استوانه‌ای توخالی مولد تراکم شار مغناطیسی ارائه شد. این روش برای محاسبه ظرفیت خازنی پراکندگی سیم‌پیچ‌های دارای یک‌لایه رشته سیم هادی مناسب است. مشاهده شد که در این مدل ساده، تعداد رشته سیم‌های هادی و قطر رشته سیم‌های هادی موجود در درون هر حلقه از سیم‌پیچ مولد



شکل ۱۸ ظرفیت خازنی کل n حلقه از سیم‌پیچ MCG برای مقادیر مختلف قطر سطح مقطع رشته سیم هادی

از سویی با توجه به شبیه‌سازی‌های شکل‌های (۱۵)، (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) ملاحظه می‌شود که با افزایش طول حلقه (l_{ts}) رشته سیم‌های هادی در درون حلقه‌های سیم‌پیچ و با افزایش قطر سطح مقطع رشته سیم‌های هادی درون حلقه‌های سیم‌پیچ (D_w) و همچنین با کاهش گام سیم‌پیچی حلقه‌های سیم‌پیچ (P) و نیز با افزایش تعداد رشته سیم‌های موجود در درون حلقه‌های سیم‌پیچ (K)، ظرفیت خازنی پراکندگی کل n حلقه از سیم‌پیچ تک‌لایه مولد افزایش می‌یابد. بنابراین برای کاهش ظرفیت خازنی پراکندگی کل n حلقه تک‌لایه از سیم‌پیچ مولد باید تا جایی که امکان دارد:

- ۱- تعداد رشته سیم‌های هادی درون حلقه‌ها را کاهش داد.
- ۲- طول حلقه رشته سیم‌های هادی درون حلقه‌ها را کاهش داد.
- ۳- گام سیم‌پیچی حلقه‌های سیم‌پیچ را کاهش داد.
- ۴- قطر سطح مقطع رشته سیم‌های هادی درون حلقه‌های سیم‌پیچ را افزایش داد.
- ۵- از سیم‌پیچ‌هایی با سطح مقطع تک‌لایه به جای چند لایه استفاده کرد.

۱۱- منابع

- [1] Andreas, A. Neuber, "Explosively Driven Pulsed Power Helical Magnetic Flux Compression Generators," 1st ed. vol. 1, New York: Springer-Verlag, 2005.
- [2] Larry L. Altgilbers, Mark D.J. Brown, and Bucur M. Novac, "Magnetocumulative generators," 1st ed. vol. 1, New York, USA: Springer-Verlag, 2000.
- [3] G. Grandi, "Stray capacitances of single-layer air-core inductors for high-frequency applications," IEEE, pp.1384 - 1388, 9/1996.
- [4] Qin Yu and Thomas W. Holmes, "A Study on stray capacitance modeling of inductors by using the Finite Element method," IEEE, pp.88-93, 2001.
- [5] Antonio Massarini, "Self-capacitance of inductors," IEEE Trans. Power Electronics, vol. 12, no. 4, July 1997.
- [6] Qin Yu, "RF Equivalent circuit modeling of ferrite-core inductors and characterization of core materials," IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, vol.44, no.1, Feb. 2002.
- [7] W.T. Duerdoth, "Equivalent capacitances of transformer winding," Wireless Engr., 23, p.161, 1946.

و نوع پوشش عایقی و ضخامت پوشش عایقی رشته سیم‌ها، طول حلقه رشته سیم‌های هادی و گام سیم‌پیچی در ظرفیت خازنی پراکنده کلی مولد تأثیر می‌گذارد. همچنین برای کاهش ظرفیت خازنی پراکنده کلی مولد باید شعاع سطح مقطع دایره‌ای حلقه‌های سیم‌پیچ، قطر حلقه‌های سیم‌پیچ و تعداد رشته سیم‌های هادی درون حلقه‌های سیم‌پیچ کاهش یافته و همچنین فاصله هوایی بین حلقه‌های سیم‌پیچ و هادی استوانه‌ای توخالی، گام سیم‌پیچی و ضخامت پوشش عایقی حلقه‌های سیم‌پیچ افزایش یابد.

از سوی دیگر به این نتیجه رسیدیم که برای کاهش ظرفیت خازنی پراکنده کلی مولد باید از حلقه‌هایی با سطح مقطع تک‌لایه استفاده شود.

ملاحظه شد که با پیشروی انفجار و گسترش حجمی هادی استوانه‌ای توخالی و کاهش تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ مولد، ظرفیت خازنی کلی مولد در حین کاهش تعداد حلقه‌ها، افزایش می‌یابد. اما همان‌طور که از شبیه‌سازی پیدا است هنگامی که فقط یک حلقه در مدار باقی می‌ماند، کاهش نزولی مقدار ظرفیت خازنی کلی مولد رخ می‌دهد که علت آن، باقی ماندن فقط یک حلقه در مدار است. زیرا فقط ظرفیت خازنی حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی حضور دارد و نیز ظرفیت خازنی ناشی از ظرفیت خازنی حلقه-هادی استوانه‌ای توخالی، آثار تحمیلی بیشتری را بر نتایج حاصل اعمال می‌کند همچنین در حلقه انتهایی با پیشروی انفجار، طول حلقه کاهش یافته و در نتیجه سطح مقطع مؤثر بین حلقه و هادی استوانه‌ای توخالی کاهش می‌یابد و در نهایت ظرفیت خازنی بین حلقه و هادی استوانه‌ای توخالی کاهش خواهد یافت.

- IEEE Industry Applications Conf. Denver, Co, pp.1225-1232. 1994.
- [16] E. C. Snelling, "Soft Ferrites, Properties and Applications," London, U.K.: ILIFFE Books, 1969.
- [17] L. Dalessandro, F. Cavalcante, and J. W. Kolar, "Calculation of the Stray Capacitance of High-Voltage Transformers," ETH Zurich, Zurich, Switzerland, Int. Rep. 03/04, Mar. 2004.
- [18] M. Kostenko and L. Piotrovsky, "Electrical Machines," vol. 1. Moscow, Russia. Mir, 1968.
- [19] L. Dalessandro, F. Silveira, and J. W. Kolar, "Self-Capacitance of High-Voltage Transformers," IEEE Trans. on Power Electronics, vol.22, no. 5, 2007.
- [8] R. G. Medhurst, "H.F. resistance and self-capacitance of single-layer solenoids," Wireless Engr., vol. 24, pp 35, 1947.
- [9] P. L. Dowell, "Effects of eddy currents in transformer windings," Proc. IEE, vol.113, no.8, pp.1287-1394, Aug. 1966.
- [10] N. R. Grossner, "Transformers for Electronic Circuits," Second Edition, McGraw-Hill: New York, 1983.
- [11] A. Massarini, M. K. Kazimierczuk, and G. Grandi, "Lumped parameter models for single and multiple-layer inductors," Proc. Power Electronics, Specialist Conf., Baveno, June 1996.
- [12] A. AZaky, and R. Hawley, "Fundamentals of Electromagnetic Field Theory," Harrape Co Ltd. : London, 1947.
- [13] Hai Lu, "Experimental determination of stray capacitances in high frequency transformers," IEEE Trans. Power Electronics, vol. 18, no.5, Sep. 2003.
- [14] R. Chen, J. D. Van Wyk, S. Wang, and W. G. Odendaal, "Application of structural winding capacitance cancellation for integrated EMI filters by embedding conductive layers," in Proc. Ind. Appl. Soc., pp.2679-2686, 2004.
- [15] M. Bartoli, A. Reatti, and M. K. Kazimierczuk, "Modeling of iron powder inductors at high frequencies," in Proc.